N *NOMBRES ET CALCULS*

Thème	Numéro	Titre
Enchaînement d’opérations	N1	Enchaînements d’opérations
	N2	Utilisation du vocabulaire
Les nombres relatifs	N3	Les nombres relatifs, comparaison
	N4	Repérage sur une droite, dans un plan
	N5	Additions, soustractions des relatifs
	N6	Multiplications, divisions des relatifs
Les fractions	N7	Différentes représentations des fractions
	N8	Fractions égales
	N9	Comparaison des fractions
	N10	Additions et soustractions des fractions
	N11	Multiplications et divisions des fractions
Puissances	N12	Puissances de dix
	N13	Ecriture scientifique d’un nombre
	N14	Puissances d’un nombre
Divisibilité	N15	Multiples et diviseurs
	N16	Nombres premiers et décomposition
Calcul littéral	N17	Calcul littéral
	N18	Tester une égalité
	N19	Développement
	N20	Factorisation
	N21	Identités remarquables
Equation	N22	Equations du premier degré
	N23	Equations produit et équation carré
	N24	Inéquations du premier degré

N1 Enchaînement d'opérations

Expressions sans parenthèses

- Dans une expression **sans parenthèses**, ne comportant que **des additions et des soustractions**, on effectue les calculs de la gauche vers la droite
- Dans une expression **sans parenthèses**, ne comportant que **des multiplications et des divisions**, on effectue les calculs de la gauche vers la droite

Exemples :

A = 12 – 5 + 8	B = 40 ÷ 8 × 10
A = 7 + 8	B = 5 × 10
A = 15	B = 50

- Dans une expression **sans parenthèses**, on effectue **en priorité les multiplications et les divisions**, puis les additions et les soustractions

Exemples :

C = 23 + 6 × 4	D = 7 × 8 – 12 ÷ 4
C = 23 + 24	D = 56 - 3
C = 47	D = 53

Expressions avec des parenthèses

- Dans une expression **avec des parenthèses**, on effectue d'abord les calculs entre parenthèses en commençant par **les plus intérieures**. A l'intérieur des parenthèses, on applique les priorités de calcul

Exemples

E = 12 × (5 + 2 × 3)	F = 2,5 × [7 – (5 - 3)]
E = 12 × (5 + 6)	F = 2,5 × [7 – 2]
E = 12 × 11	F = 2,5 × 5
E = 121	F = 12,5

- Une expression qui figure au numérateur ou au dénominateur d'un quotient est considérée comme une expression entre parenthèses

Exemples

$G = \frac{9+5}{7}$	$H = \frac{20}{8-3}$
G peut s'écrire G = (9 + 5) ÷ 7	H peut s'écrire H = 20 ÷ (8 – 3)
$G = \frac{14}{7}$	$H = \frac{20}{5}$
G = 2	H = 4

N2 Utilisation du vocabulaire

Vocabulaire

- Le résultat d'une **addition** est une **somme**. Les nombres additionnés sont **les termes**
- Le résultat d'une **soustraction** est une **différence**. Les nombres qui interviennent dans la soustraction sont les **termes**
- Le résultat d'une **multiplication** est un **produit**. Les nombres multipliés sont les **facteurs**
- Le résultat d'une **division** est un **quotient**.

Exemples :

25 + 3,5 = 28,5
termes somme

38,7 – 12,4 = 26,3
termes différence

7,3 × 5 = 36,5
facteurs produit

numérateur

$27 \div 6 = \frac{27}{6} = 4,5$

dividende quotient

diviseur dénominateur

La **nature** d'une expression comportant plusieurs opérations est déterminée par **l'opération à effectuer en dernier**

Exemples :

Dans l'expression 3 + 5 × 4, c'est l'addition qu'on effectue en dernier, car la multiplication est prioritaire. Cette expression est donc une somme : c'est la somme de 3 et du produit de 5 par 4

Dans l'expression (3 + 5) × 4, c'est la multiplication qu'on effectue en dernier. C'est donc un produit : c'est le produit de la somme de 3 et 5 par 4

N3 Les nombres relatifs, comparaison

Définition

- Un nombre positif est un nombre supérieur à 0. On le note avec un signe + ou sans signe
- Un nombre négatif est un nombre inférieur à 0. On le note avec un signe –
- Les nombres positifs et les nombres négatifs forment l'ensemble des nombres relatifs

Exemples :

3,2 est un nombre positif. On peut le noter aussi + 3,2
-5,4 est un nombre négatif
-1 est un nombre négatif. **Sa distance à 0** est 1
+7 est un nombre positif. **Sa distance à 0** est 7
-5 et +5 sont **des nombres opposés** : ils sont de signes contraires mais ils ont la même distance à 0.

Comparaison de nombres relatifs

- On sait déjà comparer deux nombres positifs
- Un nombre négatif est toujours inférieur à un nombre positif
- Si deux nombres sont négatifs, le plus grand est celui qui a la plus petite distance à 0

Exemples :
2,5 > 2,05 -2000,4 < 10,4 -3,5 < -1,17

Ranger dans l'ordre croissant les nombres : 25 ; -10 ; -2,5 ; 1,8 ; 10 ; -3,2
-10 < -3,2 < - 2,5 < 1,8 < 10 < 25
Ordre croissant veut dire du plus petit au plus grand, il faut donc ranger d'abord les nombres négatifs, puis les nombres positifs

N4 Repérage sur une droite, dans un plan

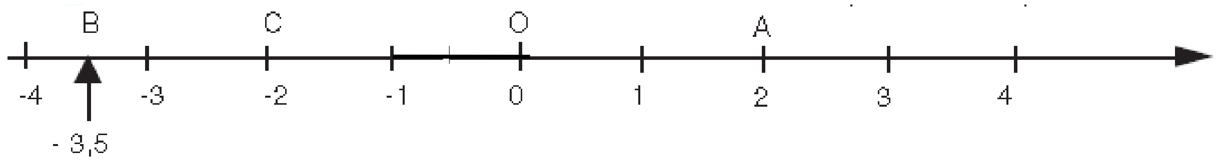
<u>Repérage sur une droite</u>

Une droite graduée est une droite sur laquelle on a choisi **une origine, un sens, une unité de longueur** que l'on reporte régulièrement de part et d'autre de l'origine

Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif appelé **abscisse du point.**

La distance à zéro d'un nombre a est la longueur du segment [OA] où a est l'abscisse de A dans le repère d'origine O

<u>Exemples :</u>



Le point A a pour abscisse 2. On note A(2). Sa distance à 0 est 2.

Le point B a pour abscisse -3,5. On note B (-3,5). Sa distance à 0 est 3,5

Le point C a pour abscisse -2. On note C(-2). Sa distance à 0 est 2

A et C ont la même distance à zéro, donc O est le milieu de [AC] et leurs abscisses sont opposées

<u>Repérage dans un plan :</u>

Un repère du plan est formé par deux droites graduées de même origine. L'une est appelée **l'axe des abscisses**, l'autre **l'axe des ordonnées**

Quand les deux droites sont perpendiculaires, on dit que le repère est **orthogonal**

Quand les deux droites ont en plus la même unité de longueur, on dit que le repère est **orthonormé**

Dans un repère du plan, chaque point est repéré par deux nombres relatifs : ses **coordonnées**. Le premier est **l'abscisse**, le second **l'ordonnée**

<u>Exemples :</u>

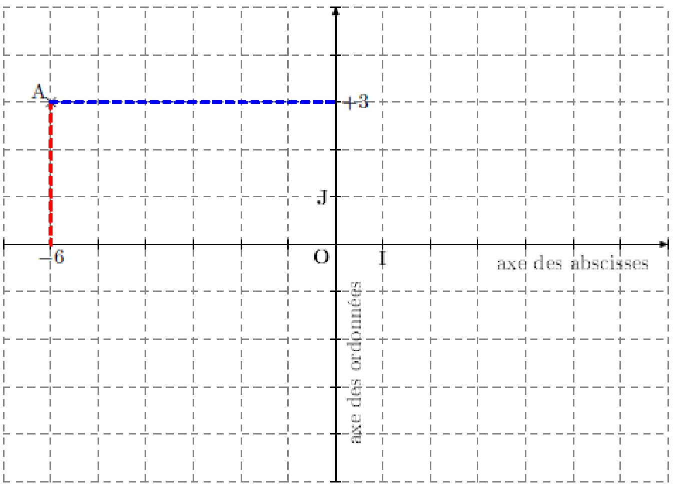
L'abscisse de A est -6

L'ordonnée de A est +3

Les coordonnées de A se notent (-6 ;3)

Placer B (2 ; 4)
C (-3 ; 0)
D (3 ; -4)
E (0 ; -4)

(O,I,J) est un repère orthonormé



N5 Additions et soustractions des relatifs

Additions des nombres relatifs

Si deux nombres relatifs sont **de même signe,** alors la somme des deux • a le même signe • a pour distance à zéro, la somme de leurs distances à 0	Si deux nombres relatifs sont **de signes contraires**, alors la somme des deux • a le signe du nombre qui a la plus grande distance à 0 • a pour distance à zéro, la différence de leurs distances à zéro
A = (+ 2,3) + (+ 5 ,6) ils sont positifs A = + 7,9 on garde le signe + on ajoute 2,3 et 5,6 B = (-6) + (- 3) ils sont négatifs B = -9 on garde le signe - on ajoute 6 et 3	C = 7 + (- 4) ils sont de signes contraires C = + 3 7 a une plus grande distance à 0 que -4 on soustrait 7 et 4 D = -5,6 + 3,4 ils sont de signes contraires D = - 2,2 -5,6 a une plus grande distance à 0 on soustrait 5,6 et 3,4

La somme de deux nombres opposés est nulle : (-5) + (+5) = 0

Soustractions des nombres relatifs

Pour **soustraire** un nombre relatif, **on ajoute son opposé**	
A = 3 – (-6,2) on soustrait -6,2 Cela revient à ajouter l'opposé de (-6,2) A = 3 + opposé de (-6,2) A = 3 + (+6,2) A = 9,2	B = 5 – 2 on soustrait 2 Cela revient à ajouter l'opposé de 2 B = 5 + opposé de 2 B = 5 + (-2) B = 3

Enchaîner des additions et soustractions de nombres relatifs

Pour effectuer des additions et soustractions de nombres relatifs, on peut
- transformer les soustractions en additions
- regrouper les nombres positifs entre eux et les nombres négatifs entre eux

Exemples :

C = (-1) + 3 – (-7) + (-2) - 5 - 4
C = (-1) + 3 + (+7) + (-2) +(-5) +(-4) on transforme les soustractions en additions
C = (-1)+(-2) + (-5) +(-4) + 3 + (+7) on regroupe les négatifs et les positifs
C = - 12 + (+10)
C = -2

N6 Multiplications et divisions des relatifs :

Multiplications des nombres relatifs

Le produit de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif**		Le produit de deux nombres relatifs de **signes contraire** est **négatif**	
A = 3 × 6 A = 18	B = (-2) × (-5) B = +10	C = 3 × (-4) C = -12	D = (-2,5) × 2 D = -5

- Le produit d'un nombre relatif par 0 est égal à 0 : a × 0 = 0
- Le produit d'un nombre relatif par **(-1)** est égal à **son opposé** : a × (-1)= -a

Exemples :

(-5)×0 = 0   3 ×(-1) = -3 est l'opposé de 3   (-4) ×(-1)= +4 est l'opposé de -4

Pour déterminer le signe d'un produit **de plusieurs facteurs**, on compte le nombre de **facteurs négatifs**

- S'il y en a un **nombre pair**, alors le produit est **positif**
- S'il y en a un **nombre impair**, alors le produit est **négatif**

Exemples :

A = (-2) × 3 × (-1) × 6
Il y a deux facteurs négatifs
Le produit est positif
A = +36

B = 2 × (-3) × (-1) × (-6)
il y a trois facteurs négatifs
le produit est négatif
B = - 36

Divisions des nombres relatifs

Le quotient de deux nombres relatifs de **même signe** est **positif**		Le quotient de deux nombres relatifs de **signes contraire** est **négatif**	
A = 6÷ 3 A = $\frac{6}{3}$ =2	B = (-5) ÷ (-2) B = $\frac{-5}{-2}$ = +2,5	C = 6 ÷ (-4) C = $\frac{6}{-4}$ =-1,5	D = (-2) ÷ 2 D = $\frac{-2}{2}$ = -1

a et b désignent des nombres relatifs (b≠0)

$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$ sont positifs et $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ sont négatifs

Exemples : $\frac{-3}{7} = \frac{3}{-7} = -\frac{3}{7}$: les trois quotients sont négatifs

$\frac{-9}{-5} = \frac{9}{5}$: les deux quotients sont positifs

N8 Fractions égales

Règle fondamentale

Un quotient ne change pas si on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul

a ,b, et k désignent trois nombres relatifs (b≠0 et k ≠0)

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \qquad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Utilisations :

- Mettre des fractions au même dénominateur : $\frac{5}{3}$ et $\frac{4}{5}$

  A = $\frac{5}{3} = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} = \frac{25}{15}$ et B = $\frac{4}{5} = \frac{4\times3}{5\times3} = \frac{12}{15}$
- On peut aussi simplifier des fractions C = $\frac{63}{75} = \frac{63\div3}{75\div3} = \frac{21}{25}$

Egalité des produits en croix

a,b,c,d désignent des nombres relatifs (b≠0 et d≠0)

$$Si \ \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, alors\ a \times d = b \times c \qquad Si\ a \times d = b \times c, alors \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Utilisation :

- On veut savoir si les fractions $\frac{28}{35}$ et $\frac{36}{45}$ sont égales

On calcule les produits en croix : 28×45 = 1260 et 35×36 = 1260

Les produits en croix sont égaux, donc les fractions sont égales $\frac{28}{35} = \frac{36}{45}$

- Déterminer une fraction de dénominateur 60 égale aux deux fractions précédentes

On cherche un numérateur x tel que $\frac{x}{60} = \frac{28}{35}$

D'après l'égalité des produits en croix on a x ×35 = 28×60

Soit x×35 = 1680 donc x = 1680÷35 = 48. La fraction cherchée est $\frac{48}{60}$

N7 Différentes représentations des fractions

Comme quotient :

a et b désignent deux nombres (b≠0)
Le quotient de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a on le note $a \div b$ ou $\frac{a}{b}$

Exemples

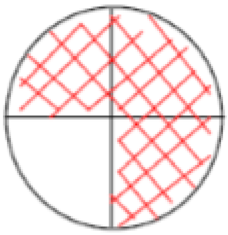
Le quotient de 5 par 4 est $\frac{5}{4}$
C'est le nombre qui multiplié par 4 donne 5
$\frac{5}{4} \times 4 = 5$

Le quotient de 2 par 3 est $\frac{2}{3}$
C'est le nombre qui multiplié par 3 donne 2
$\frac{2}{3} \times 3 = 2$

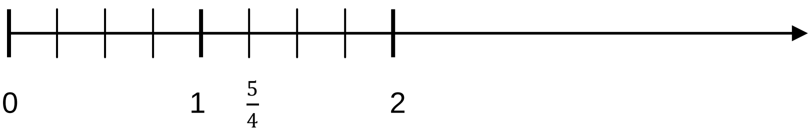
$\frac{5}{4}$ a aussi une écriture décimale $\frac{5}{4} = 5 \div 4 = 1{,}25$ mais $\frac{2}{3}$ n'a pas d'écriture décimale
Un quotient n'est pas toujours un nombre décimal

Comme expression d'une proportion

Ce gâteau est partagé en 4 parts EGALES.
Je mange « 3 parts sur 4 » ou les $\frac{3}{4}$ du gâteau



Pour représenter la fraction $\frac{5}{4}$, il vaut mieux passer à une représentation linéaire sur une droite graduée :



On partage l'unité en 4 parties égales

N9 Comparaison des fractions

Comparer des fractions :

a, b et c sont des nombres (c>0)
Si deux quotients ont le même dénominateur, le plus grand est celui qui a le plus grand numérateur

Exemple $\frac{3}{7} < \frac{5}{7}$ $car\ 3 < 5$

Si deux quotients ont le même numérateur, le plus grand est celui qui a le plus petit dénominateur

Exemple $\frac{7}{3} > \frac{7}{5}$ Lorsqu'on partage équitablement une quantité pour 3 personnes, on obtient plus que lorsqu'on partage la même quantité pour 5 personnes

Si deux quotients ont des dénominateurs différents, on peut les réduire au même dénominateur

Exemples :

on veut comparer $\frac{10}{3}$ et $\frac{37}{12}$
12 est dans la table de 3
$\frac{10}{3} = \frac{10\times4}{3\times4} = \frac{40}{12}$
Donc $\frac{10}{3} > \frac{37}{12}$

on veut comparer $\frac{4}{5}$ et $\frac{2}{3}$
15 est dans la table de 5 et 3
$\frac{4}{5} = \frac{4\times3}{5\times3} = \frac{12}{15}$ $\frac{2}{3} = \frac{2\times5}{3\times5} = \frac{10}{15}$
donc $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$

On peut comparer les quotients avec 1
a et b désignent deux nombres (b>0)
Si $a > b\ alors\ \frac{a}{b} > 1$ $Si\ a < b\ alors\ \frac{a}{b} < 1$ $Si\ a = b\ alors\ \frac{a}{b} = 1$

Exemples : on veut comparer $\frac{3}{4}$ et $\frac{15}{12}$
On a $\frac{3}{4} < 1$ et $\frac{15}{12} > 1$ donc $\frac{3}{4} < \frac{15}{12}$

Exprimer une proportion :

Une proportion peut s'exprimer sous forme d'une fraction, d'un nombre décimal, ou d'un pourcentage

Exemple :
Dans une classe, il y a 18 filles sur un total de 30 élèves
On dit que la proportion de filles dans cette classe est égale à $\frac{18}{30}$
On dit aussi que cette proportion est de 0,6 car $\frac{18}{30} = 0,6$
Comme 0,6 =$\frac{60}{100}$, on dit aussi que cette proportion est de 60%

N10 Additions, soustractions des fractions

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui ont le même dénominateur

On additionne ou on soustrait les numérateurs

On garde le dénominateur commun

a, b et c désignent trois nombres (c≠0)

$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ $\quad\quad$ $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$

Exemples

A = $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}$ et B = $\frac{7}{5}-\frac{3}{5}=\frac{7-3}{5}=\frac{4}{5}$

A = $\frac{5+2}{3}$ B = $\frac{7-3}{5}$

A = $\frac{7}{3}$ B = $\frac{4}{5}$

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les écrire avec le même dénominateur

Exemples

$C=\frac{4}{7}+\frac{5}{21}$

$C=\frac{4\times3}{7\times3}+\frac{5}{21}$

$C=\frac{12}{21}+\frac{5}{21}$

$C=\frac{17}{21}$

D = $\frac{6}{7}-\frac{11}{5}$

D = $\frac{6\times5}{7\times5}-\frac{11\times7}{5\times7}$

D = $\frac{30}{35}-\frac{77}{35}$

$D=\frac{-47}{35}$

Remarque :

On peut remplacer un entier par une fraction où le dénominateur est 1

Exemple

E = $3-\frac{5}{7}$

E = $\frac{3}{1}-\frac{5}{7}$

E = $\frac{3\times7}{1\times7}-\frac{5}{7}$

E = $\frac{21}{7}-\frac{5}{7}=\frac{16}{7}$

N11 Multiplications, divisions des fractions

Multiplications de fractions

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et on multiplie les dénominateurs entre eux

a,b,c,d désignent quatre nombres (b≠0 d≠0) $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$

Exemples

A = $\frac{2}{5} \times \frac{7}{3}$

$A = \frac{2 \times 7}{5 \times 3} = \frac{14}{15}$

B = $\frac{-4}{3} \times \frac{5}{-7}$

B = $\frac{-4 \times 5}{3 \times (-7)} = \frac{-20}{-21} = \frac{20}{21}$

Pour faciliter les calculs, il est parfois astucieux de décomposer les facteurs au numérateur et au dénominateur pour simplifier avant d'effectuer les multiplications

Exemple :

C = $\frac{32}{75} \times \frac{55}{24} = \frac{32 \times 55}{75 \times 24} = \frac{8 \times 4 \times 5 \times 11}{5 \times 15 \times 8 \times 3} = \frac{4 \times 11}{15 \times 3} = \frac{44}{45}$

Inverses

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit vaut 1

Exemples : 2 et 0,5 sont inverses car 2×0,5 = 1
-0,1 et -10 sont inverses car -0,1×(-10) =1

a et b désignent deux nombres relatifs non nuls

L'inverse du nombre a est $\frac{1}{a}$ L'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

Exemples

L'inverse de -2 est $\frac{1}{-2} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$. L'inverse de $\frac{2}{3}$ est $\frac{3}{2}$

Divisions de fractions

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse

a, b, c, d désignent des nombres relatifs (b≠0 c≠0 d≠0) $a \div b = a \times \frac{1}{b}$ $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemples

A = $6 \div 0,5 = 6 \div \frac{1}{2} = 6 \times \frac{2}{1} = 12$

B = $\frac{-8}{5} \div (-3) = \frac{-8}{5} \times \frac{1}{-3} = \frac{8}{15}$

C = $\frac{2}{5} \div \frac{3}{7}$

C = $\frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{2 \times 7}{5 \times 3} = \frac{14}{15}$

D = $\frac{\frac{12}{7}}{\frac{9}{5}}$

D = $\frac{12}{7} \div \frac{9}{5}$

D = $\frac{12}{7} \times \frac{5}{9} = \frac{12 \times 5}{7 \times 9} = \frac{60}{63} = \frac{20}{21}$

D = $\frac{60}{63} = \frac{20}{21}$

N12 Puissances de dix

Notation : n désigne un nombre entier positif

La notation 10^n signifie $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ fois}} = \underbrace{10000..0}_{1 \text{ suivi de n zéros}}$

La notation 10^{-n} signifie $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n \text{ fois}}} = \underbrace{0{,}00000..0}_{n \text{ zéros devant le 1}}1$

Exemples

$10^8 = 100\,000\,000$ $\quad 10^3 = 0{,}001$ $\quad 10^{-5} = 0{,}0000$

$10^{-2} = 0{,}01$ $\quad 10^1 = 10$ $\quad 10^0 = 1$

Propriétés

Si n et m sont des entiers, on a:

Multiplication : $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$

Division : $\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$

Inverse : $\frac{1}{10^n} = 10^{-n}$

Puissance : $(10^n)^m = 10^{n\times m}$

Exemples

$10^3 \times 10^6 = 10^{3+6} = 10^9$ $\quad 10^2 \times 10^{-7} = 10^{2+(-7)} = 10^{-5}$

$\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$ $\quad \frac{10^6}{10^{11}} = 10^{6-11} = 10^{-5}$ $\quad \frac{10^3}{10^{-8}} = 10^{3-(-8)} = 10^{11}$

$\frac{1}{10^7} = 10^{-7}$ $\quad \frac{1}{10^{-15}} = 10^{15}$

$(10^2)^6 = 10^{2\times6} = 10^{12}$ $\quad (10^{-4})^7 = 10^{-4\times7} = 10^{-28}$

Préfixe et puissances de dix

Puissance	10^{-9}	10^{-6}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^1	10^2	10^3	10^6	10^9	10^{12}
Préfixe	Nano	Micro	Milli	Centi	Déci	Déca	Hecto	Kilo	Méga	Giga	Téra

N13 Ecriture scientifique d'un nombre

Ecriture scientifique

L'écriture scientifique d'un nombre est $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal avec un seul chiffre avant la virgule, autre que 0 (1 ≤ a et a <10)

Exemples

Nombre	Ecriture scientifique
14,56	$1{,}456 \times 10^1$
$233{,}6 \times 10^4$	$2{,}336 \times 10^{4+2} = 2{,}336 \times 10^6$
0,005	5×10^{-3}
$0{,}00048 \times 10^7$	$4{,}8 \times 10^{7-4} = 4{,}8 \times 10^3$

La notation scientifique est utile pour donner **un ordre de grandeur** ou **un encadrement** et pour comparer des nombres

Exemple : A = 32 657 000 et B = 0,000486

Nombre	Notation scientifique	Encadrement	Ordre de grandeur
A	$3{,}2657 \times 10^7$	$10^7 < A < 10^8$	$A \approx 3 \times 10^7$
B	$4{,}86 \times 10^{-4}$	$10^{-4} < B < 10^{-3}$	$B \approx 5 \times 10^{-3}$

Ordre de grandeur du produit $A \times B \approx 15 \times 10^4$

Méthode de calcul

Dans un quotient ne comportant que des multiplications :

- On rassemble les nombres d'une part et les puissances de dix d'autre part
- On effectue les calculs
- On donne le résultat en « écriture scientifique »

Exemple

$$A = \frac{3 \times 10^{-5} \times 7 \times 10^3}{4 \times 10^{-7} \times 0{,}5 \times 10^2}$$

$$A = \frac{3 \times 7}{4 \times 0{,}5} \times \frac{10^{-5} \times 10^3}{10^{-7} \times 10^2}$$

$$A = \frac{21}{2} \times \frac{10^{-2}}{10^{-5}}$$

$$A = 10{,}5 \times 10^{-2-(-5)}$$

$$A = 10{,}5 \times 10^3$$

$A = 1{,}05 \times 10^4$ (écriture scientifique)

Pour tout autre calcul, il faut passer par l'écriture décimale

Exemple

B = $\frac{5\times10^{-3} + 2\times10^2}{4\times10^{-1}}$ B = $\frac{0{,}005+200}{0{,}4} = \frac{200{,}005}{0{,}4} = 500{,}0125$ B = $5{,}000125 \times 10^2$

N14 Puissances d'un nombre

Notation : n désigne un nombre entier positif

La notation a^n signifie $a^n = \underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n \text{ fois}}$

La notation a^{-n} signifie $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times ... \times a}_{n \text{ fois}}}$

Exemples

$3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

$2^6 = \underbrace{2 \times 2 \times ... \times 2}_{6 \text{ fois}} = 64$

$3^{-4} = \frac{1}{3\times3\times3\times3} = \frac{1}{81} = 0{,}0123$

$2^{-6} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{2\times2\times..\times2} = \frac{1}{64}$

Par convention pour tout nombre a (a≠0) $a^0 = 1$ et $a^1 = a$

Propriétés de calcul

Si n et m sont des entiers, a et b des nombres relatifs avec a≠0 on a:

Multiplication : $a^n \times a^m = a^{n+m}$ Division : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ Inverse : $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Puissance : $(a^n)^m = a^{n\times m}$ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

Exemples :

A = $2^5 \times 2^{-3} \times 2 \times 2^4$

A = $2^{5-3+1+4}$

A = 2^7

B = $\frac{7^{-3}}{7^4}$

B =7^{-3-4}

B = 7^{-7}

C =$\frac{1}{5^{-3}}$

C = $5^{-(-3)}$

C = 5^3

D = $(-3^2)^{-4}$

D = $(-3)^{-8}$

E = $5^4 \times 2^4$

E= 10^4

Calcul d'une expression comportant des puissances

Dans une expression sans parenthèses comportant des puissances, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions et enfin les additions soustractions

Exemples

A = $1 + 3 \times 2^3$

A = 1 + 3 × 8

A = 1 + 24

A = 25

B = $4^3 + 5 \times 3^2 - 10$

B = 64 + 5 × 9 -10

B = 64 + 45 -10

B = 99

N15 Multiples et diviseurs

<u>Division euclidienne</u>

a et b désignent deux nombres entiers positifs ($b \neq 0$).
Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est déterminer les deux entiers positifs q et r tels que $a = bq+r$ et $0 \leq r < b$. q s'appelle le **quotient** de la division euclidienne et r **le reste**

<u>Exemple</u>

division euclidienne de 25 par 3

dividende → 25	3 ← diviseur	
-24	8 ← quotient	
reste → 1		

$25 = 3 \times 8 + 1$ et on a bien $0 \leq 1 < 3$

<u>Diviseur et multiple</u>

a et b désignent deux nombres entiers positifs ($b \neq 0$).
On dit que b est **un diviseur** de a si le reste de la division euclidienne de a par b est nul, c'est-à-dire s'il existe un entier q tel que $a = bq$.
On dit aussi que **b divise a**, que **a est divisible par b** ou **a est un multiple de b**

<u>Exemple :</u>

$5 \times 3 = 15$. 15 est un multiple de 3 et de 5. 3 et 5 sont des diviseurs de 15
$18 = 1 \times 18$; $18 = 2 \times 9$; $18 = 3 \times 6$ Les diviseurs de 18 sont 1, 2, 3, 6, 9, 18

Tous les multiples de 5 sont de la forme $5 \times n = 5n$ où n est un entier

Tout nombre entier non nul est divisible par 1 et par lui-même

<u>Critères de divisibilité :</u>

- Si un nombre entier se termine par 0,2,4,6,8 alors il est divisible par 2
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors il est divisible par 3
- Si le nombre formé par les deux derniers chiffres d'un nombre entier est divisible par 4, alors ce nombre est divisible par 4
- Si un nombre entier se termine par 0 ou 5 alors il est divisible par 5
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors il est divisible par 9
- Si un nombre entier se termine par 0 alors il est divisible par 10

<u>Exemples :</u>

175 est divisible par 5, car son chiffre des unités est 5
189 est divisible par 3 car la somme de ses chiffres $1+8+9 = 18$ est divisible par 3
228 est divisible par 4, car 28 est divisible par 4

N16 Nombres premiers et décomposition

Nombre premier

Un nombre premier est un nombre entier positif qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples :

6 n'est pas un nombre premier car 1, 2, 3, 6 sont ses diviseurs

Voici les nombres premiers inférieurs à 20 : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19

Décomposition en facteurs premiers

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme un produit de nombres premiers.

Exemple : Décomposons 728 en produit de nombres premiers :

728	2	2 divise 728, le quotient est 364
364	2	2 divise 364, le quotient est 182
182	2	2 divise 182, le quotient est 91
91	7	2 ne divise pas 91, mais 7 oui
13	13	13 est un nombre premier
1		

$728 = 2^3 \times 7 \times 13$

Utilisations

- On peut simplifier une fraction et la rendre irréductible en décomposant son numérateur et son dénominateur en produits de facteurs premiers

On veut simplifier $\frac{120}{84}$

120	2	84	2
60	2	42	2
30	2	21	3
15	3	7	7
5	5	1	
1			

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

donc $\frac{120}{84} = \frac{2^3 \times 3 \times 5}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{2 \times 5}{7} = \frac{10}{7}$

- Pour résoudre un problème qui fait intervenir soit les diviseurs communs soit les multiples communs aux deux nombres, on peut décomposer en produit de facteurs premiers

On veut recouvrir un mur (de dimensions 240cm de haut et 176 cm de large) avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible

240 = $2^4 \times 3 \times 5$ *et 176 =* $2^4 \times 11$

Le plus grand diviseur commun est $2^4 = 16$

La longueur du côté du carreau est 16cm. Il en faut 15 en hauteur sur 11 en largeur soit 15× 11 = 165 carreaux.

Deux cyclistes parcourent le même circuit et partent ensemble de la ligne de départ. Le premier fait un tour en 55s, le deuxième en une minute 10 secondes. Au bout de combien de tours les deux cyclistes se retrouveront au même moment sur la ligne de départ ?

55 = 5×11 70=2×5×7 Le plus petit multiple commun est 2×5×7×11=770.

Ils se croisent donc toutes les 770 secondes soit toutes les 12 minutes 50s.

Le premier parcourt 770÷55=12 tours et le deuxième 770÷70=11 tours

N17 Calcul littéral

Ecrire une expression littérale

Une expression littérale est une expression mathématique qui comporte une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.

Exemples :

- Le périmètre d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donné par l'expression littérale $P = 2\times (L + l)$
- L'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l est donnée par l'expression $A = L\times l$
- Un site internet vend des clés USB à 4€ l'unité et facture la livraison à 3€. Le prix à payer dépend du nombre n de clés USB achetées. On exprime ce prix P par l'expression littérale $P = 4\times n+3$

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe × lorsqu'il est placé

- devant ou derrière une lettre
- devant ou derrière une parenthèse
- $1\times a = a$ plutôt que $1a$
- $0\times a = 0$ plutôt que $0a$
- $a\times a=a^2$ $a\times a\times a = a^3$

Exemples : $4\times a=4a$

$2\times a\times 4 = 8a$

$b\times c = bc$

$5\times(x+4) = 5(x+4)$

Utiliser une expression littérale

Pour utiliser une expression littérale avec certaines valeurs, on remplace dans l'expression littérale toutes les lettres par leurs valeurs

Exemples

On veut calculer l'aire d'un rectangle de longueur 6cm et de largeur 4cm

On remplace L par 6 et l par 4 ans la formule $A = L\times l$

$A = 6\times 4$

$A = 24$

On reprend l'exemple des clés USB. On veut calculer le prix à payer si l'on achète 5 clés. On remplace n par 5 dans l'expression littérale $P = 4n +3$

$P = 4\times 5 + 3$

$P = 20+3$

$P =23$

Pour 5 clés, il faut payer 23€

N18 Tester une égalité

Définition

Une égalité est constituée de deux membres séparés par un signe =
Une égalité est vraie quand les deux membres ont la même valeur

Exemple $\underbrace{3 \times 7}_{\text{membre de gauche}} = \underbrace{15 + 6}_{\text{membre de droite}}$

Cette égalité est vraie car les deux membres ont la même valeur : 21

Une égalité où interviennent des expressions littérales peut être vraie pour certaines valeurs attribuées aux lettres et fausse pour d'autres

Exemple : on considère l'égalité $x + 2 = 8$
Si $x = 6$, cette égalité est vraie car 6 + 2 = 8
Si $x = 9$, cette égalité est fausse car 9 + 2 = 11 et 11≠8

Tester une égalité

Pour tester si une égalité est vraie pour des valeurs affectées aux lettres :

- on calcule le membre de gauche en remplaçant chaque lettre par le nombre donné
- on calcule le membre de droite en remplaçant chaque lettre par le nombre donné
- on observe si les deux membres sont égaux ou non
- on conclut

Exemples

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3 \; pour \; x = 8$
Membre de gauche : $x + 2 = 8 + 2 = 10$
Membre de droite : $2 \times x - 3 = 2 \times 8 - 3 = 16 - 3 = 13$
Les deux membres n'ont pas la même valeur donc l'égalité est fausse pour $x = 8$

On veut tester l'égalité $x + 2 = 2 \times x - 3 \; pour \; x = 5$
Membre de gauche : $x + 2 = 5 + 2 = 7$
Membre de droite : $2 \times x - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$
Les deux membres ont la même valeur donc l'égalité est vraie pour $x = 5$

N19 Développement

Développer, c'est transformer un produit en somme ou en différence

Développement simple

k, a et b désignent des nombres, on a :
k(a+b)=ka+kb k(a-b)= ka-kb

Exemples : on veut développer A =7(4+x) B =3($x-4$)

A = 7×(4+x) B = 3×($x-4$)

A = 7×4 + 7×x B =3×$x-3$×4

A = 28 + 7x B =3$x-12$

Développement double

a, b, c et d désignent des nombres

(a+b) (c+d) = ac + ad + bc + bd

Exemples

On veut développer A = $(2x+3)(x+8)$

A =$2x\times x+2x\times 8+3\times x+3\times 8$

A = $2x^2 + 16x + 3x + 24$

A = $2x^2+19x+24$

On veut développer B = $(x+5)(x-2)$

A = $x\times x+x\times(-2)+5\times x+5\times(-2)$

A = $x^2 - 2x + 5x - 10$

A = $x^2+3x-10$

Suppression des parenthèses

+(a + b) = a + b **-(a+b) = -a -b**

Exemples : On veut simplifier $A=2x+4-5x+(2+4x)$ on enlève les parenthèses

$A=2x+4-5x+2+4x$ on réduit

$A=x+6$

On veut développer $B=(3x-2)-(8x-5)$ on enlève les parenthèses

$B=3x-2-8x+5$ on réduit

$B=-5x+3$

N20 Factorisation

Factoriser, c'est transformer une somme ou une différence en produit

<u>Factoriser en utilisant un facteur commun</u>

k, a et b désignent des nombres, on a :
ka+kb =k(a+b) et ka-kb = k(a-b)

<u>Exemples :</u>

On veut factoriser $A = 6x + 18$
$A = 6 \times x + 6 \times 3$
6 est un facteur commun
$A = 6 \times (x + 3)$
$A = 6(x + 3)$

$B = 7x^2 - 2x$
$B = 7 \times x \times x - 2 \times x$
x est un facteur commun
$B = x \times (7x - 2)$
$B = x(7x - 2)$

On veut factoriser $C = (x + 1)(x + 2) - (2x - 3)(x + 2)$
$C = (x + 1) \times (x + 2) - (2x - 3) \times (x + 2)$
$(x + 2)$ est un facteur commun
$C = (x + 2)[(x + 1) - (2x - 3)]$
$C = (x + 2)[x + 1 - 2x + 3]$
$C = (x + 2)(-x + 4)$

<u>Réduction d'une expression littérale</u>

La factorisation justifient une envie naturelle de regrouper les termes de même nature .

$$2{,}4a + 3{,}5a = 5{,}9a$$

$$5x^2 + 3x + 4x^2 = 9x^2 + 3x$$

$$3y - 5x + 2y + 8x - y = 4y + 3x$$

Quand on regroupe les termes semblables, on dit **qu'on réduit** l'expression littérale

N21 Identités remarquables

$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

<u>Exemples</u> : On veut développer $A = (x+3)^2$

$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$

$A = x^2 + 6x + 9$

On veut développer $B = (3x-2)^2$

$B = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2$

$B = 9x^2 - 12x + 4$

On veut développer $C = (5+4x)(5-4x)$

$C = 5^2 - (4x)^2$

$C = 25 - 16x^2$

On veut factoriser $A = x^2 + 8x + 16$

$A = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$

$A = (x+4)^2$

On veut factoriser $B = 4x^2 - 4x + 1$

$B = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2$

$B = (2x-1)^2$

On veut factoriser $C = x^2 - 25$

$C = x^2 - 5^2$

$C = (x+5)(x-5)$

On veut calculer sans calculatrice

$A = 101^2$	$B = 98^2$	$C = 101 \times 99$
$A = (100 + 1)^2$	$B = (100-2)^2$	$C = (100+1)(100-1)$
$A = 100^2 + 2 \times 1 \times 100 + 1^2$	$B = 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2$	$C = 100^2 - 1^2$
$A = 10000 + 200 + 1$	$B = 10000 - 400 + 4$	$C = 10000 - 1$
$A = 10201$	$B = 9\,604$	$C = 9999$

$D = 85^2 - 15^2$

$D = (85 + 15)(85 - 15)$

$D = 100 \times 70$

$D = 7\,000$

N22 Equations du premier degré

Une **équation** est une égalité qui comporte au moins un nombre de valeur **inconnue** généralement désigné par une lettre .
Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres

Exemple : $3x - 5 = 2x + 2$ x est l'inconnue

Une **solution** d'une équation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'égalité est vraie

Exemple : 7 est solution de l'équation $3x - 5 = 2x + 2$ car $3 \times 7 - 5 = 16$ et $2 \times 7 + 2 = 16$

Résoudre une équation d'inconnue x signifie déterminer x pour que l'égalité soit vraie
Méthode :
- On va d'abord regrouper les constantes dans un seul membre
- On va ensuite regrouper les inconnues dans l'autre membre

En dernier, on divise par « le nombre devant le x » pour « isoler x »

Exemple on veut résoudre

$$5x - 6 = 4 + 3x$$
$$5x - 6 + 6 = 4 + 3x + 6$$
$$5x = 10 + 3x$$
$$5x - 3x = 10 + 3x - 3x$$
$$2x = 10$$
$$\frac{2x}{2} = \frac{10}{2}$$

$x = 5$ la solution de l'équation est 5

Les étapes à suivre pour résoudre un problème avec une équation

1. Choisir les inconnues, en général le nombre correspondant à ce qui est demandé dans la question fait l'affaire.
2. Traduire le texte par des écritures mathématiques.
3. Résoudre la ou les équations obtenues
4. Vérifier que le résultat est vraisemblable
5. Répondre à la question posée.

Exemple : Le collège Picasso a acheté 25 exemplaires d'un livre. Pour le même montant, le collège Renoir achète le même livre 1,20 € de moins, ce qui lui permet d'en acheter 5 de plus. Quel est le prix d'un livre acheté par le collège Picasso ?

Choix de l'inconnue : soit p le prix d'un livre acheté par le collège Picasso

Mise en équation : le collège Picasso paie 25p et le collège Renoir paie 30(p-1,2)
les deux collèges dépensent la même somme, donc 25p = 30(p-1,2)

Résolution de l'équation: 25p = 30p - 36
25p -30p = 30p -36 -30p
-5p = -36
p = -36÷(-5)
p = 7,2

Vérification : 25 x 7,2 = 180 et 30 x 7,2 - 36 = 216 - 36 = 180

Conclusion : Le collège Picasso paie les livres 7,2 €.

N23 Equations produit et équations carré

Equation produit

Une **équation produit** est du type A×B = 0. Elle est vérifiée si A = 0 ou si B=0

Méthode

Pour résoudre une équation du type A×B = 0, il faut résoudre les deux équations A = 0 et B = 0 pour trouver toutes les solutions

Si l'équation n'est pas du type A×B = 0, il faut la factoriser, en mettant en évidence un facteur commun ou en utilisant une identité remarquable

Exemple : on veut résoudre $(x+8)(3x-12)=0$

« Si un produit est nul, alors l'un au moins des facteurs est nul »

Donc $(x+8)(3x-12)=0$ signifie que :

$(x+8)=0$ ou $(3x-12)=0$

$x=-8$ $\quad$ $3x=12$

$x=12\div 3$

$x=4$

Les solutions de l'équation sont -8 et 4

Equations du type $x^2 = a$

On se ramène à une écriture $x^2-a=0$ que l'on va factoriser

Si a<0, on ne peut pas factoriser, il n'y a pas de solutions

Si a=0, 0 est la solution

Si a >0 on factorise

Exemples

- $x^2=-3$ n'a pas de solutions
- $x^2=49$ peut s'écrire $x^2-7^2=0$ donc en factorisant $(x+7)(x-7)=0$

On reconnaît une équation produit et les solutions de cette équation sont -7 et 7

- $(x+8)^2=16$ peut s'écrire $(x+8)^2-16=0$

soit $(x+8)^2-4^2=0$

On factorise avec une identité remarquable

$(x+8+4)(x+8-4)=0$ et on a

$(x+12)(x+4)=0$

On reconnaît une équation produit et les solutions sont -12 et -4

N24 Inéquations du premier degré

Une inéquation est une inégalité qui comporte au moins un nombre de valeur inconnue, généralement désigné par une lettre .
On utilise les symboles suivants pour les inégalités
< plus petit que, ou inférieur strictement à
> plus grand que, ou supérieur strictement à
≤ inférieur ou égal à
≥ supérieur ou égal à
Cette inégalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres

Exemple : $2 + x \leq 8$ est une inéquation

Une solution d'une inéquation est une valeur de l'inconnue pour laquelle l'inégalité est vraie

Exemple :
3 est une solution de $2 + x \leq 8$ car 2 + 3 est inférieur à 8
9 n'est pas une solution de $2 + x \leq 8$ car 2 + 9 n'est pas inférieur ou égal à 8

Résoudre une inéquation d'inconnue x signifie déterminer **<u>toutes les valeurs de x</u>** qui rendent l'inégalité vraie.

Méthode

- On ne change pas le sens d'une inégalité quand on ajoute (ou on soustrait) un même nombre aux deux membres
- On ne change pas le sens d'une inégalité quand on multiplie (ou on divise) les deux membres par un même nombre **POSITIF**

ATTENTION : On **change le sens** de l'inégalité quand on multiplie (ou on divise) les deux membres par un même nombre **NEGATIF**

Exemple : résoudre $-3x - 8 \leq x - 1$

$$-3x - 8 + 8 \leq x - 1 + 8$$
$$-3x \leq x + 7$$
$$-3x - x \leq x + 7 - x$$
$$-4x \leq 7$$

c'est la même méthode que pour les équations

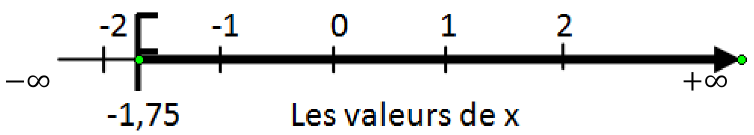
$$\frac{-4x}{-4} \geq -\frac{7}{4}$$

attention : on change le sens !

$$x \geq -1{,}75$$

<u>Représentation des solutions</u>

On peut représenter les solutions sur une droite graduée (crochet tourné vers les solutions pour ≤ ou ≥ ; crochet tourné vers l'extérieur pour < ou >)



On note l'ensemble des solutions $S = [-1{,}75; +\infty[$

D ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES

Thème	Numéro	Titre
Proportionnalité	D1	Reconnaître une situation de proportionnalité
	D2	Calcul d’une quatrième proportionnelle
	D3	Autour des pourcentages
	D4	Autour des échelles
Fonctions	D5	Les fonctions
	D6	Image et antécédents
	D7	Fonction linéaire
	D8	Fonction affine
Statistique	D9	Effectif et fréquence
	D10	Représentations graphiques des séries
	D11	Moyenne, médiane, étendue
Probabilité	D12	Probabilités
	D13	Calculs de probabilité

D1 Reconnaître une situation de proportionnalité

Reconnaissance par un tableau

Deux grandeurs sont proportionnelles si les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant les valeurs de l'autre par un même nombre appelé coefficient de proportionnalité

Pour déterminer si deux grandeurs représentées dans un tableau sont proportionnelles, on peut calculer les quotients des valeurs correspondantes de ces grandeurs et les comparer

Exemples

Vérifions si les tableaux suivants représentent une situation de proportionnalité

1ere grandeur	13	15	20
2è grandeur	67,6	78	104

67,6 ÷13 = 5,2
78÷15=5,2
104÷20 = 5,2
Tous les quotients sont égaux, ce tableau représente une situation de proportionnalité
Le coefficient de proportionnalité est 5,2

1ere grandeur	5	12	17
2è grandeur	8	21	29

8÷5 = 1,6
21÷12 = 1,75

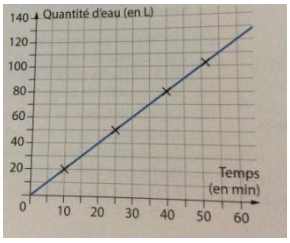
Les quotients ne sont pas égaux, ce tableau ne représente pas une situation de proportionnalité

Reconnaissance par un graphique

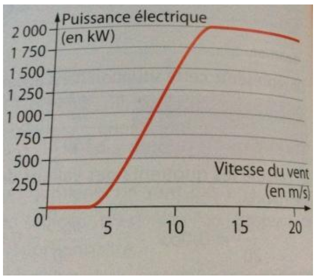
Si deux grandeurs sont proportionnelles, alors elles sont représentées par des points alignés avec l'origine du repère
Si deux grandeurs sont représentées par des points alignés avec l'origine du repère, alors ces grandeurs sont proportionnelles

Exemples

Lorsque l'eau coule d'un robinet, la quantité d'eau écoulée est proportionnelle au temps



La puissance d'une éolienne n'est pas proportionnelle à la vitesse du vent



D2 Calcul d’une quatrième proportionnelle

Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, lorsqu’on ne connaît que trois valeurs, on peut calculer la quatrième valeur, appelée quatrième proportionnelle

Exemple :

Une recette de pâte à crêpes indique qu’il faut 300g de farine pour cuisiner 12 crêpes. Et pour cuisiner 4 crêpes, 16 crêpes, quelle est la quantité de farine nécessaire ?

Le problème se résume à remplir le tableau suivant

Nombre de crêpes	12	4	16
Quantité de farine (g)	300		

A l’aide du coefficient de proportionnalité

Nombre de crêpes	12	4	16
Quantité de farine (g)	300		

× 25

On cherche le coefficient de proportionnalité : 300÷12 = 25

Donc pour 4 crêpes : 4×25 = 100 g et pour 16 crêpes : 16×25 = 400g

Liens entre les colonnes

÷3

Nombre de crêpes	12	4	16
Quantité de farine (g)	300		

On a 12÷3 = 4 donc pour 4 crêpes il faut 300÷3 = 100g

On remarque que 12+4 = 16 donc il faut pour 16 crêpes : 300+100=400g

L’égalité des produits en croix

Nombre de crêpes	12	4	16
Quantité de farine (g)	300	a	b

Ainsi 4×300 = 12 × a et 4×b = 16 ×100

Donc 1200 = 12×a 4×b = 1600

Donc a = 1200÷12 et a = 100g b = 1600÷4 et b = 400g

D3 Autour des pourcentages

Prendre t%

Calculer t% d'une quantité revient à multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$

Exemple : Dans un muffin aux amandes de 60g, il y a 9% de sucre

La quantité de sucre est donc de $\frac{9}{100} \times 60 = 0{,}09 \times 60 = 5{,}4$

Il y a 5,4g de sucre dans ce muffin

Trouver un pourcentage

Pour **trouver un pourcentage**, on peut exprimer une proportion de dénominateur 100 ou utiliser un tableau de proportionnalité

Exemples :

- Dans une classe, la proportion de filles est de 3 sur 5

Le pourcentage de filles dans cette classe est de $\frac{3}{5} = \frac{3\times20}{5\times20} = \frac{60}{100}$ soit 60%

- Sur 135 élèves, 114 ont eu le brevet

Elèves reçus	114	A
Elèves de 3è	135	100

Le pourcentage d'élèves qui ont eu le brevet est de 114×100=135×a

Donc a=114×100÷135 a $\approx 84{,}4$ 84,4% des élèves ont eu le brevet

Réduire ou augmenter de t% une grandeur

Exemples

Le chiffre d'affaire d'une société était de 138000€ en 2013. Il a diminué de 18% en 2014, puis augmenté de 5% en 2015

En 2014, le chiffre d'affaire a baissé de 138000× $\frac{18}{100} = 24\,840$€

Donc il était de 138000-24840 = 113160€

En 2015, le chiffre d'affaire augmente de 113160× $\frac{5}{100}$ =5658

Donc en 2015, il est de 113160 + 5658 = 118818€

Remarques : Diminuer de 18% revient à ne plus faire que 82% du chiffre d'affaire

$138000 \times \frac{82}{100} = 138\,000 \times 0{,}82 = 113160$

Augmenter de 5% revient à faire 105% du chiffre d'affaire

113160×$\frac{105}{100} = 113160 \times 1{,}05 = 118818$

D4 Autour des échelles

Sur un plan à l'échelle, les distances sur le plan sont proportionnelles aux distances en réalité
L'échelle est le coefficient de proportionnalité. Elle est égale au rapport $\frac{distance \quad sur \; le \; plan}{distance \quad en \; réalit\acute{e}}$ où les deux distances sont exprimées dans la même unité

Dire qu'un plan est à l'échelle $\frac{1}{1000}$ signifie que 1cm sur la carte représente 1000 cm en réalité soit 10 m

<u>Exemple</u> : la distance à vol d'oiseau entre Bordeaux et Pau sur une carte à l'échelle $\frac{1}{250000}$ est de 86cm

Distances sur le plan (cm)	1	86
Distances en réalité (cm)	250 000	

La distance entre Bordeaux et Pau en réalité est de 250 000×86 = 21 500 000 cm

Soit 215km

Pour trouver une échelle, il suffit de trouver le coefficient de proportionnalité dans un tableau où les deux grandeurs sont les longueurs sur la carte, dessin, schéma, et les longueurs en réalité

<u>Exemple</u> :

Un globule blanc est représenté par un cercle de diamètre 2cm alors qu'en réalité son diamètre est de 0,016mm . Quelle est l'échelle utilisée ?

Longueurs en réalité (mm)	0,016
Longueurs sur le plan (mm)	20

Echelle =$\frac{20}{0{,}016} = 1250$ On a fait un agrandissement ×1250

D5 Les fonctions

Définition
Une fonction est un processus (ou une machine à calculer) qui associe à un nombre en entrée, un unique nombre en sortie

Exemple : derrière la table de 7 se cache une fonction : 1 est associé à 7; 2 à 14 ; …

Notations
La fonction f, qui à chaque nombre x associe le nombre y se note $f: x \to y$
On peut également écrire $y = f(x)$ Ainsi, la fonction peut se noter $f: x \to f(x)$

Exemple :
Soit la fonction $f: x \to x^2 - 3x$
A chaque nombre x, on associe le nombre y tel que $y = x^2 - 3x$
La fonction f peut aussi être définie par l'égalité $f(x) = x^2 - 3x$ appelée expression de la fonction.

Vocabulaire
Soit f la fonction telle que, au nombre x, on lui associe le nombre y
y est l'image de x par la fonction f et on a $y = f(x)$
x est un antécédent de y par la fonction f

Plusieurs représentations d'une fonction

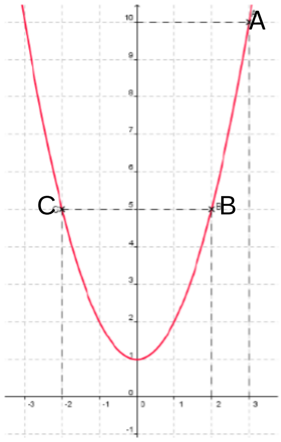
Une expression Soit f la fonction telle que $f: x \to x^2 + 1$

Un tableau de valeurs

antécédent	x	-3	-2	-1,5	-1	0	1	1,5	2	3
image	$f(x)$	10	5	3,25	2	1	2	3,25	5	10

De manière générale, un tableau de données de ce type là indique certaines images d'une fonction f . Cependant, par ce procédé, on obtient que quelques images et la fonction f n'est connue qu'en partie. On ne peut donc pas tracer avec précision le graphique de la fonction

Une courbe représentative



Dans un repère, la courbe représentative (ou représentation graphique) d'une fonction f est formée de tous les points M de coordonnées $(x; y)$ avec $y = f(x)$, pour toutes les valeurs de x telle que $f(x)$ existe.
Par exemple, $f(3) = 3^2 + 1 = 10$ donc le point A de coordonnées (3 ;10) appartient à la courbe représentative de la fonction f

D6 Image et antécédents

Avec une expression :

Une fonction f est définie par $f: x \to 3x^2 + 2$

Pour trouver **l'image** de 5, on **remplace** $\boldsymbol{x}$ par 5 : $f(5) = 3 \times 5^2 + 2 = 3 \times 25 + 2 = 77$

Pour trouver les **antécédents** de 2, on résout **l'équation** $3x^2 + 2 = 2$

$3x^2 = 0$

donc $x^2 = 0$ et $x = 0$

Avec un tableau

Le tableau ci-dessous donne la pointure française p correspondant à chaque longueur l (en cm) du pied.

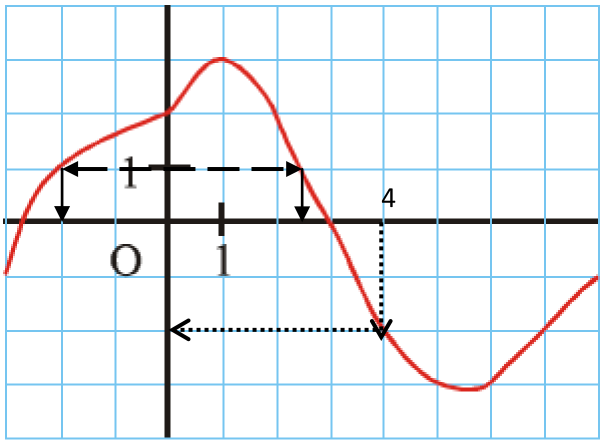
Longueur du pied (cm)	11	13	15	17	19	21	antécédent
Pointure p	18	21	24	27	30	33	image

Quelle que soit la longueur du pied, on peut lui associer une unique pointure. Par exemple, à un pied de 13 cm de longueur, on associe la pointure 21.

21 est l'image de 13 et 15 est un antécédent de 24

23 est un antécédent de 36 24 est l'image de 15

Avec une courbe représentative



Lire l'image de 4 :

On part de 4 sur l'axe des antécédents

et on lit f(4)=-2

Lire le(s) antécédent(s) de 1

On part de 1 sur l'axe des images et on

lit que -2 et 2,5 sont les antécédents de 1

D7 Fonction linéaire

Définition

Une fonction f est linéaire si elle peut s'écrire sous la forme $f : x \to ax$ où a est un nombre relatif fixé. Une fonction linéaire représente une situation de proportionnalité. Le nombre relatif a est alors un coefficient de proportionnalité.

Exemple : $f : x \to 3x$ est une fonction linéaire dont le coefficient est $a = 3$
$g : x \to 5(x-2)+10$ est aussi linéaire car $5(x-2)+10 = 5x - 10 + 10 = 5x$. Elle est bien de la forme $x \to ax$ avec $a = 5$

Calculer des images et des antécédents

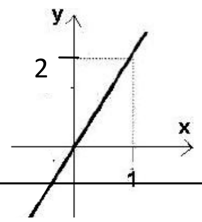
Soit $f : x \to 2x$
L'image de 3 par f est $f(3) = 2 \times 3 = 6$ donc 6 est l'image de 3
L'antécédent de 8 vérifie $2x = 8$ donc $x = 8 \div 2 = 4$ 4 est l'antécédent de 8

Tracer la courbe représentative d'une fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère

Exemple rédigé : Représenter graphiquement la fonction $f : x \to 2x$
f est une fonction linéaire dont le coefficient est 2 .La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine. Il suffit donc de deux points pour la tracer.

x	0	1
$f(x)$	0	Calcul de l'image de 1 $f(1) = 2 \times 1 = 2$
Coordonnées du point	(0 ;0)	(1 ;2)



Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire

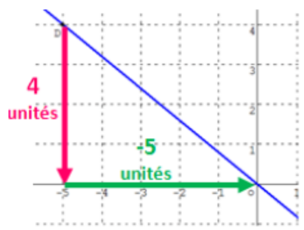
Par la donnée d'un nombre et de son image

Déterminons la fonction linéaire f dont l'image de 7 est -21

Si $f(7) = -21$ alors $a = \frac{-21}{7} = -3$ et f est la fonction $f : x \to -3x$

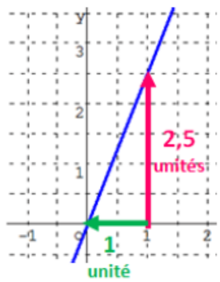
A l'aide de sa courbe représentative

Voici deux courbes représentant deux fonctions affines



la courbe "décroit" donc le coefficient a est négatif

$a = 4 \div (-5) = -0{,}8$
donc $g(x) = -0{,}8\,x$



la courbe "monte" donc le coefficient a est positif

$a = 2{,}5 \div 1 = 2{,}5$
donc $h(x) = 2{,}5x$

D8 Fonction affine

Définition

Une fonction f est affine si elle peut s'écrire sous la forme $f : x \rightarrow ax + b$ où a et b sont des nombres relatifs fixés.

Exemples: $f : x \rightarrow 3x + 2$ est une fonction affine avec $a = 3$ et $b = 2$.

$g : x \rightarrow \frac{3x-2}{4}$ est aussi affine car $\frac{3x-2}{4} = \frac{3}{4}x - \frac{2}{4}$ et $a = \frac{3}{4}$ et $b = -\frac{2}{4}$

Tracer la courbe représentative d'une fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite ne passant pas par l'origine du repère

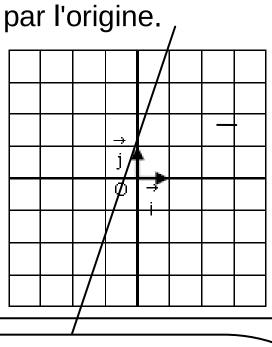
Exemple rédigé : Représenter graphiquement la fonction $f : x \rightarrow 3x + 1$

f est une fonction affine de la forme $f : x \rightarrow ax + b$ où $a = 3$ et $b = 2$

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite passant par l'origine.

Il suffit dont de deux points pour la tracer.

x	0	1
$f(x)$	calcul de l'image de 0 $f(0) = 3 \times 0 + 1 = 1$	Calcul de l'image de 1 $f(1) = 3 \times 1 + 1 = 4$
Coordonnées du point	(0 ;1)	(1 ;4)



Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire

par la donnée de deux nombres et de leurs images

Déterminons la fonction affine f dont l'image de 8 est -12 et dont l'image de 5 est -9

Etape N°1: on cherche le coefficient a

$$a = \frac{f(8) - f(5)}{8 - 5} = \frac{-12 - (-9)}{8 - 5} = \frac{-3}{3} = -1$$

donc $f : x \rightarrow -1x + b$

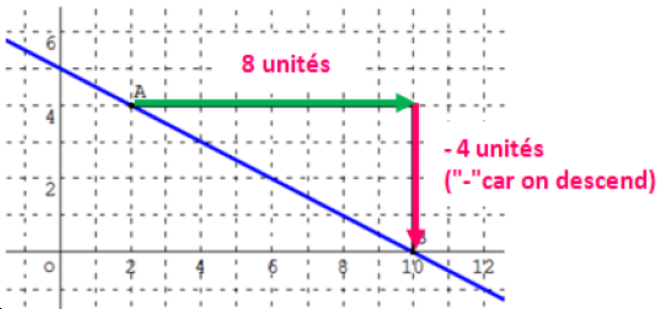
Etape N°2: on cherche l'ordonnée à l'origine b

Or par exemple, $f(8) = -12$

$-1 \times 8 + b = -12$ donc $-8 + b = -12$ donc $b = -12 + 8 = -4$

D'où $f : x \rightarrow -x - 4$

à l'aide de sa courbe représentative



$a = -4 \div 8 = -0,5$

$b = 5$ (ordonnée du point d'abscisse 0)

donc $h(x) = -0,5x + 5$

D9 Effectifs et fréquences

Effectif

Dans une série de données
Les sujets d'étude s'appellent des **caractères**
La **population** statistique est l'ensemble des individus sur lesquels porte l'étude
L'effectif d'une donnée est le nombre de fois où cette donnée apparaît
L'effectif total est la somme de tous les effectifs
On peut aussi calculer les **effectifs cumulés** qui consistent à accumuler les effectifs

Série 1 : tailles(en m) de 9 personnes : 1,75 ; 1,68 ; 1,76 ; 1,89 ; 1,83 ; 1,91 ; 1,78 ; 1,79 ; 1,74
Série 2 : Poids(en kg) de 12 personnes : 57 ; 80 ; 95 ; 75 ; 57 ; 76 ; 78 ; 80 ; 75 ; 75 ; 77 ; 61

Exemple : Dans la série 1, la population est de 9 personnes et le caractère étudié est la taille en mètres de ces personnes. L'effectif total est de 9
Dans la série 2, l'effectif du poids 75kg est 3

Fréquence

La fréquence d'une donnée est le quotient de son effectif et de son effectif total

$$fréquence = \frac{effectif}{effectif\ \ total}$$

Pour obtenir une fréquence en pourcentage, on la multiplie par 100

Exemple dans la série 2 : la fréquence du poids 75kg est : $\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 0{,}25$

25% des personnes de la série 2 pèsent 75kg

Poids	*57*	*61*	*75*	*76*	*77*	*78*	*80*	*95*	*Total*
Effectif	*2*	*1*	*3*	*1*	*1*	*1*	*2*	*1*	*12*
Effectif cumulé	*2*	*2+1=3*	*6*	*7*	*8*	*9*	*11*	*12*	
Fréquences	$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$	*1*
Pourcentages	*16,67 %*	*8,33 %*	*25 %*	*8,33 %*	*8,33 %*	*8,33 %*	*16,67 %*	*8,33 %*	*100 %*

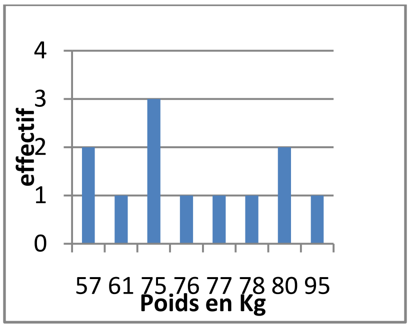
On peut aussi regrouper les valeurs par classe
Dans la série 1, classons les données par classe d'amplitude 5 cm.
Le centre de la classe mesure la valeur centrale de la classe

Classe	[1,65 ; 1,70[	[1,70 ; 1,75[	[1,75 ; 1,80[	[1,80 ; 1,85[	[1,85 ; 1,90[	[1,90 ; 1,95[
Centre de la classe	1,675	1,725	1,775	1,825	1,875	1,925
Effectif	1	1	4	1	1	1
Fréquence	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$

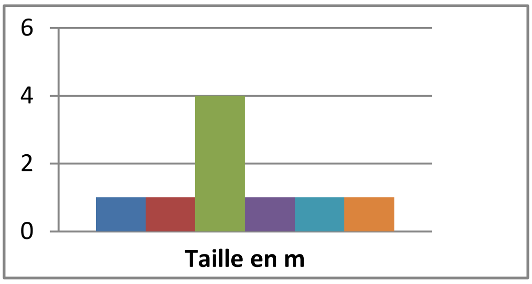
D10 Représentations graphiques des séries

On peut représenter graphiquement des données numériques par
Un diagramme en bâtons, dans lequel les hauteurs des bâtons sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie
Un histogramme, dans lequel les hauteurs des rectangles sont proportionnelles aux effectifs de chaque classe, quand les classes ont la même amplitude

En bâton

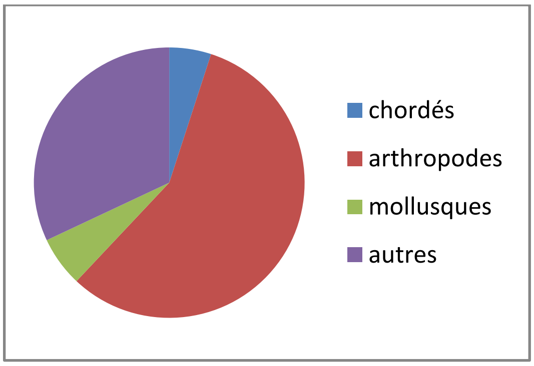


histogramme



On peut représenter graphiquement des données non numériques par
Un diagramme en barres, dans lequel les hauteurs des barres sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie
Un diagramme circulaire, dans lequel les mesures des angles sont proportionnelles aux effectifs de chaque catégorie

Diagramme circulaire



	Chordés	Arthropodes	Mollusques	Autres	Total
Effectif	5	57	6	32	100
Angle en °	18	205,2	21,6	115,2	360

D11 Moyenne, médiane, étendue

Moyenne

La moyenne est d'une série de données : $\frac{somme\ \ de\ toutes\ \ les\ valeurs}{effectif\ \ total}$

Exemple : La taille moyenne de la série 1 est environ 1,79m

$$\frac{1,75+1,68+1,76+1,89+1,83+1,91+1,78+1,79+1,74}{9} \approx 1,79$$

La moyenne pondérée d'une série de données est égale à la somme du produit de chaque valeur par son effectif, divisée par l'effectif total

Exemple : Le poids moyen de la série 2 est environ 73,8kg

$$\frac{57\times 2+61+75\times 3+76+77+78+80\times 2+95}{12} \approx 73,8$$

Pour calculer la moyenne d'une série dont les valeurs sont regroupées en classes
On calcule le centre de chaque classe en faisant la moyenne des valeurs extrêmes de la classe
On calcule la moyenne de la série en prenant comme valeurs les centres des classes

Exemple :

$$\frac{1\times 1,675+1\times 1,725+4\times 1,775+1\times 1,825+1\times 1,875+1,925\times 1}{9} \approx 1,79$$

La **médiane** est le nombre qui partage la série en deux séries de même effectif

Exemples Pour la série 1 : 9÷2=4,5. On prend la 5ème valeur

$$\underbrace{1,68\ \ 1,74\ \ 1,75\ \ 1,76}_{4\ valeurs}\qquad \underset{médiane}{1,78}\qquad \underbrace{1,79\ \ 1,83\ \ 1,89\ \ 1,91}_{4\ valeurs}$$

La moitié des personnes mesurent au moins 1,78m

Pour la série 2 : 12÷2=6, On prend la 6ème et la 7ème valeur.

La médiane est entre 75 et 76 soit $\frac{75+76}{2}=75,5$

$$\underbrace{57\ \ 57\ \ 61\ \ 75\ \ 75\ \ 75}_{6\ valeurs}\quad \underset{médiane}{\Downarrow}\quad \underbrace{76\ \ 77\ \ 78\ \ 80\ \ 80\ \ 95}_{6\ valeurs}$$

L'étendue d'une série est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur d'une série

Exemples

L'étendue de la série 1 est : 1,91-1,68 = 0,23m

L'étendue de la série 2 est : 95-57 = 38kg

D12 Probabilités

Situation liée au hasard

On dit d'une expérience qu'elle est « aléatoire » lorsqu'elle vérifie trois conditions :
– on connaît tous les résultats possibles de l'expérience ;
– le résultat n'est pas prévisible ;
– on peut reproduire plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions.

Exemple : On lance un dé et on regarde la face visible lorsque le dé s'arrête de rouler.
– Il y a 6 résultats possibles : 1, 2, 3, 4, 5, 6.
– On ne peut pas prévoir le résultat avant de lancer le dé.
– On peut refaire plusieurs fois l'expérience dans les mêmes conditions.

Un résultat d'une expérience est aussi appelé une **issue** de l'expérience
Un **évènement** est un ensemble de résultats de l'expérience. Il est **élémentaire** s'il n'a qu'une issue
Exemples Les issues sont 1, 2 ,3 ,4 ,5 ,6
« Obtenir 3 » est un évènement élémentaire »
« Obtenir un nombre pair » (2, 4 ou 6) n'est pas élémentaire

Notion de probabilités

Chaque élève lance 100 fois un dé à six faces et note les effectifs d'apparition de chaque face dans le tableau

Faces	1	2	3	4	5	6	total
Effectifs	20	14	10	22	16	18	100

On regroupe ensuite l'ensemble des résultats de la classe dans un même tableau puis on calcule les fréquences d'apparition de chaque face.

Faces	1	2	3	4	5	6	total
Effectifs	434	456	443	459	435	473	2700
Fréquences	16,1%	16,9%	16,4%	17%	16,1%	17,5%	100

Les fréquences d'apparition sont très proches les unes des autres. Théoriquement, il y a autant de chance d'obtenir un 1, un 2, … ou un 6. En effectuant un nombre encore plus grand de lancers, les fréquences se rapprocheraient les unes des autres de façon encore plus évidente.

Lorsqu'on effectue un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence de réalisation d'un événement se rapproche d'une « fréquence théorique » appelée probabilité

D13 Calculs de probabilités

Pour une expérience aléatoire, la probabilité d'un évènement est la « chance » qu'un évènement se produise.

$$\frac{probabilit\acute{e}}{\acute{e}v\grave{e}nement} = \frac{nombre\ \ de\ r\acute{e}sultats\ \ favorables\ \ \grave{a}\ l'\acute{e}v\grave{e}nement}{nombre\ \ de\ r\acute{e}sultats\ \ possibles}$$

Quand tous les évènements élémentaires d'une expérience ont tous la même probabilité, on dit qu'il y a **équiprobabilité**.

<u>Exemples</u> : $P(pile) = \frac{1}{2}$ avec un dé, $P(un\ nombre\ \geq 5) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Un **évènement certain** se produit toutes les fois : sa probabilité est 1

Un **évènement impossible** ne peut pas se produire, sa probabilité est 0

$\bar{A}$ est **l'évènement contraire** à A, on a $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Si A et B sont incompatibles, c'est-à-dire s'ils ne peuvent se réaliser en même temps, on a

P(AouB)= P(A) + p(B)

<u>Exemples</u>

1. Avec un dé, P(nombre<7)=1
2. Dans une urne, il y a 4 boules vertes, 2 rouges, 5 jaunes donc P (bleue)=0
3. P(avoir rouge ou jaune)= 1-P(vert) =1- $\frac{4}{11} = \frac{7}{11}$ ou

   P(avoir rouge ou jaune) = P(rouge) +P(jaune)= $\frac{2}{11} + \frac{5}{11} = \frac{7}{11}$

On peut représenter une expérience aléatoire sous forme d'un **arbre**

Au bout de la branche on écrit l'issue

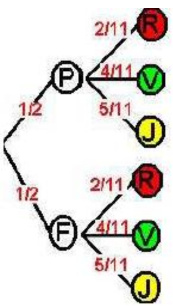
Sur la branche on écrit la probabilité

Pour une expérience aléatoire à deux étapes :

On trace l'arbre correspondant à la première étape, puis l'arbre correspondant à la deuxième étape

<u>Exemple</u>

On lance une pièce de monnaie et on note le résultat, puis on tire au hasard une boule dans l'urne



La probabilité d'un résultat est le produit des probabilités apparaissant sur les branches de l'arbre menant à ce résultat

La probabilité d'un évènement correspondant à plusieurs résultats est la somme des probabilités de chaque résultat

P(pile et verte)= $\frac{1}{2} \times \frac{4}{11} = \frac{4}{22} = \frac{2}{11}$ P(pile ou face et rouge)=p(P,R)+p(F,R) $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{11} + \frac{1}{2} \times \frac{2}{11} = \frac{2}{11}$

M *MESURE ET GRANDEURS*

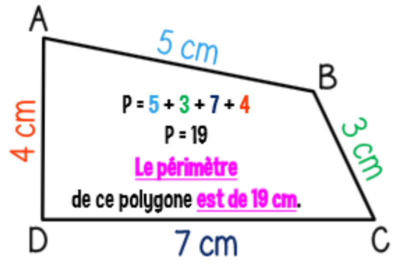
Numéro	Titre
M1	Périmètre et unités de longueurs
M2	Aires et unités d'aire
M3	Volumes et contenance
M4	Grandeurs composées
M5	Durée
M6	Effet d'un agrandissement ou d'une réduction

M 1 Périmètres et unités de longueur

Périmètre d'une figure :

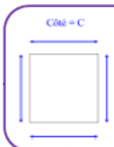
On calcule le périmètre d'un polygone en additionnant la longueur de tous ses côtés.

Exemple :

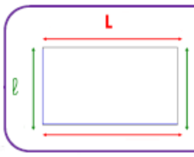


Attention à mettre tous les côtés dans la même unité !!

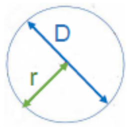
Pour certaines figures, on peut utiliser des formules :



P = 4 x C



P = 2 x (ℓ + L)



P = Π x D

P = 2 X r X Π

Exemples :
Le périmètre d'un carré de côté 6 cm est 6×4 = 24 cm
Le périmètre d'un rectangle de longueur 3cm et de margeur 1,5 cm est 2× (3+1,5)= 9cm
Le périmètre d'un cercle de rayon3cm est 2×3×π = 6×π soit 18,8cm au dixième près

Unité de longueur et conversion

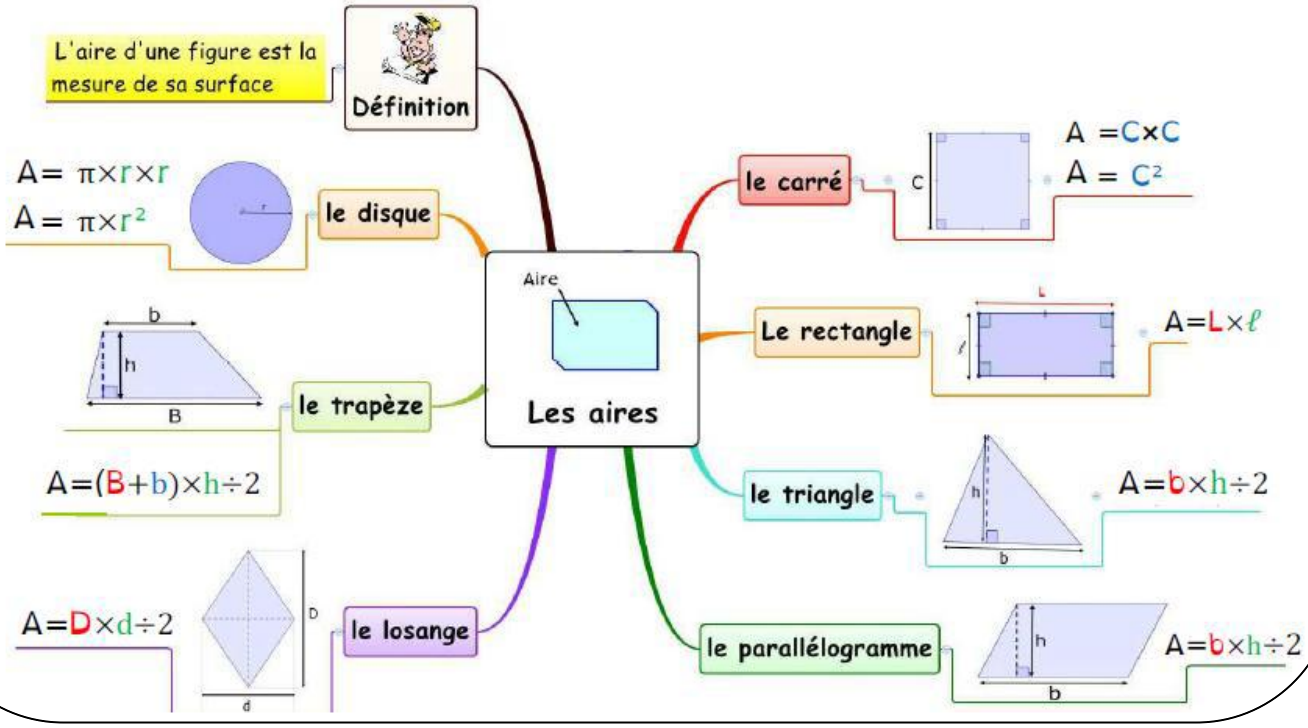
MULTIPLES DU MÈTRE				SOUS-MULTIPLES DU MÈTRE		
km	hm	dam	m	dm	cm	mm

multiples mètre sous-multiples

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
1 000 m	100 m	10 m	**1**	0,1 m	**0,01 m**	0,001 m

M 2 Aires et unités d'aire

Formules d'aire :



Unités d'aire

km^2		hm^2	ha	dam^2	a	m^2	ca	dm^2		cm^2		mm^2	
d	u	d	u	d	u	d	u	d	u	d	u	d	u

x100	x100	x100	x100	x100	x100

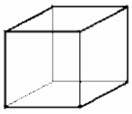
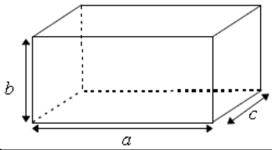
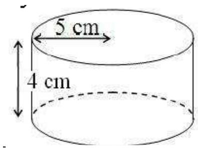
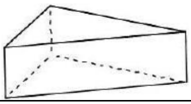
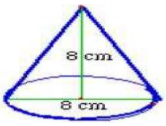
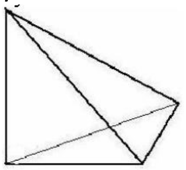
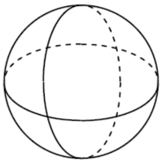
Aire	kilomètre carré (km^2)	hectomètre carré (hm^2)	décamètre carré (dam^2)	mètre carré (m^2)	décimètre carré (dm^2)	centimètre carré (cm^2)	millimètre carré (mm^2)

÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100	÷ 100

Remarque : chaque solide a une aire qui correspond à la somme des aires de toutes ses faces

M 3 Volumes et contenance

Formulaire

Cube 	Soit a la longueur de l'arête d'un cube $$V = aire\ de\ la\ base \times hauteur$$ $$V = a \times a \times a = a^3$$	• Si l'arête est 5m, $V = 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125\ cm^3$ • Si l'arête est 8cm, $V = 8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512cm^3$
Pavé droit 	$$V = aire\ de\ la\ base \times hauteur$$ $$V = a \times b \times c$$	Si les dimensions sont a= 5cm, b=32mm et c = 4cm On convertit tout en cm ! V = 5×3,2×4 = 64 cm^3
Cylindre 	La base est un disque de rayon R, la hauteur est notée h $$V = aire\ de\ la\ base \times hauteur$$ $$V = \pi R^2 h$$	La hauteur est de 4cm et le rayon 5cm $V = \pi \times 5^2 \times 4 = 100\pi\ cm^3$ (valeur exacte) $V \approx 314\ cm^3$ (valeur approchée à l'unité près)
Prisme droit 	La hauteur est notée h $$V = aire\ de\ la\ base \times hauteur$$	Si l'aire de la base est 15cm², et la hauteur 6cm V= 15×6= 90cm^3
Cône 	La base est un disque de rayon R, la hauteur est notée h $$V = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$$ $$V = \frac{\pi R^2 h}{3}$$	h=8cm et le diamètre de la base est 8cm $$V = \frac{\pi \times 4^2 \times 8}{3} = \frac{128\pi}{3} cm^3$$ $$V \approx 134cm^3$$
Pyramide 	$$V = \frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$$	Si la base est un triangle rectangle de dimensions 4,8cm et 3,6cm, la hauteur est de 5cm $$aire\ = \frac{4{,}8 \times 3{,}6}{2} = 8{,}64cm^2$$ $$V = \frac{8{,}64 \times 5}{3} = \frac{43{,}2}{3} = 14{,}4cm^3$$
Boule et Sphère 	$$Aire\ de\ la\ sphère = 4\pi R^2$$ $$Volume = \frac{4}{3}\pi R^3$$	Si rayon est de 3,5 cm $$aire = 4\pi \times 3{,}5^2$$ $$aire \approx 153{,}9cm^2$$ $$V = \frac{4}{3}\pi \times 3{,}5^3$$ $$V \approx 179{,}6cm^3$$

Unités de volume et de contenance

Pour convertir des unités de volume, on peut faire un tableau de conversion :

m³			dm³			cm³			mm³		
					L						
					2	0	0	0			
		4,	5	0	0	0	0	0			

RAPPEL : 1litre = $1dm^3$

- $2\ 000cm^3 = 2dm^3 = 2L$
- $4\ 500\ 000cm^3 = 4{,}5m^3$
- $1L = 1dm^3 = 1\ 000cm^3$

M 4 Grandeurs composées

Grandeurs produits

Une grandeur produit est obtenue en multipliant deux grandeurs.

Grandeur 1	Grandeur 2	Produit de la grandeur 1 par la grandeur 2	Exemples d'unités
Longueur Longueur du rectangle : 4 cm	**Longueur** Largeur du rectangle : 2 cm	**Aire** Aire du rectangle : $4\text{ cm} \times 2\text{ cm} = 8\text{ cm}^2$	m^2 ; km^2 ; ha
Puissance électrique Puissance d'un four électrique : 3 kW	**Durée** Durée de fonctionnement : 2 h	**Énergie électrique** Énergie consommée : $3\text{ kW} \times 2\text{h} = 6\text{ kW} \times \text{h} = 6\text{ kWh}$	Wh ; kWh
Population (clients) Un hôtel héberge 14 clients.	**Nombre de nuits** Les clients réservent 5 nuits.	**Indicateur de tourisme** Nombre de nuitées : 14 clients × 5 nuits = 70 nuitées	nuitées

Grandeurs quotients

Une grandeur quotient est obtenue en divisant deux grandeurs.

Grandeur 1	Grandeur 2	Quotient de la grandeur 1 par la grandeur 2	Exemples d'unités
Longueur Un véhicule parcourt 100 km.	**Durée** Le véhicule roule 2 h.	**Vitesse moyenne** $\dfrac{100\text{ km}}{2\text{ h}} = 50\text{ km/h}$	km/h ; m/s ; m/h
Volume Passage de 30 000 m^3 d'eau dans la Seine.	**Durée** La mesure a duré une minute.	**Débit** $\dfrac{30\,000\text{ m}^3}{60\text{ s}} = 500\text{ m}^3/\text{s}$	m^3/s ; L/s ; m^3/h
Population Le Havre compte 175 497 habitants.	**Surface** Sa superficie est de 46,95 km^2.	**Densité** $\dfrac{175\,497\text{ hab}}{46{,}95\text{ km}^2} \approx 3\,738\text{ hab/km}^2$	hab/km^2

Convertir des grandeurs composées

ÉNONCÉ Convertir 81 km/h en m/s.

SOLUTION

- $81\text{ km/h} = \dfrac{81\text{ km}}{1\text{ h}}$

$81\text{ km/h} = \dfrac{81 \times 1000\text{ m}}{1 \times 3\,600\text{ s}}$

$81\text{ km/h} = \dfrac{81\,000}{3\,600}\text{ m/s}$

$81\text{ km/h} = 22{,}5\text{ m/s}$

- Autre solution avec un tableau :

Distance (en m)	81 000 m	?
Durée (en s)	3 600 s	1 s

CONSEIL

On écrit la grandeur composée sous la forme d'un produit ou d'un quotient (ici la vitesse est une grandeur quotient).

On convertit les deux grandeurs dans l'unité demandée : ici les kilomètres en mètres grâce à l'égalité **1 km = 1 000 m** et les heures en secondes grâce à l'égalité **1 h = 3 600 s**.

On donne le résultat sous la forme la plus simple possible, ici l'écriture décimale.
Cette conversion correspond à une situation de proportionnalité (voir chapitres 1 et 2).

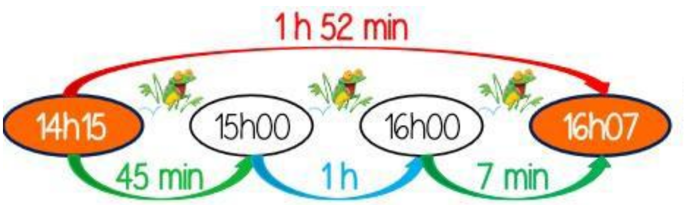
M 5 Durées

Calcul de durées

La durée est le temps qui s'écoule entre deux instants précis Pour calculer une durée, on peut s'aider d'un schéma.

Exemple :

Lisa va au cinéma voir le dernier film des studios Pixar. La séance commence à 14 h 15 et se termine à 16h07.Quelle est la durée du film ?



16 h 07

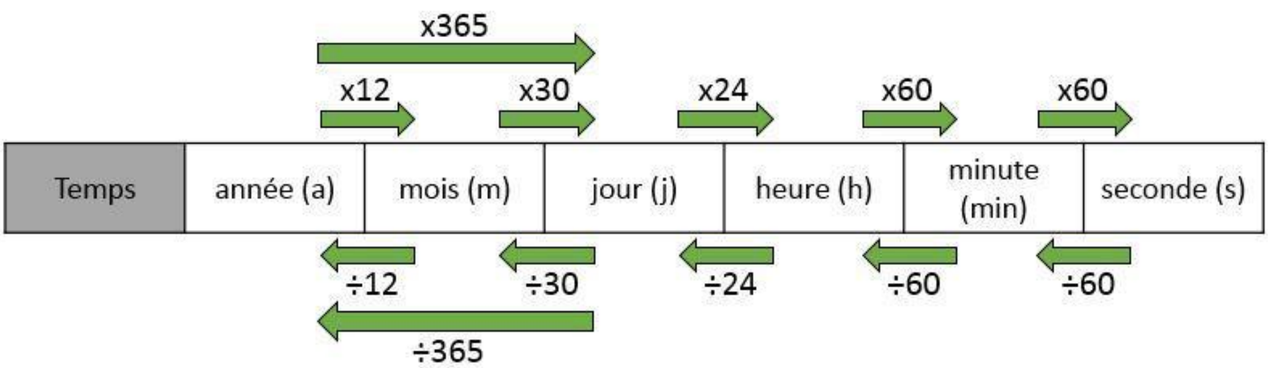
-1h +60min

15 h 67

- 14 h 15

1 h 52

Conversion



Pour appliquer une formule (vitesse, longueur), il faut convertir les durées en écriture décimale
Pour donner une durée, on l'exprime en heure, minute, seconde

Heure minute seconde	Ecriture décimale
2h 40min 35s	$2+\frac{40}{60}+\frac{35}{3600} \approx 2{,}67h$

Exemples

- Un marcheur parcourt 860m en 12 min. Quelle est sa vitesse moyenne ?

860m = 0,86km et 12min=$\frac{12}{60}=0{,}2h$ Donc v =$\frac{0{,}86}{0{,}2}=4{,}3km/h$

- Un cycliste parcourt 49km à 35 km/h. Combien de temps dure son trajet ?

temps = $\frac{49}{35}=1{,}4h$ soit 1h + 0,4×60= 1h 24min

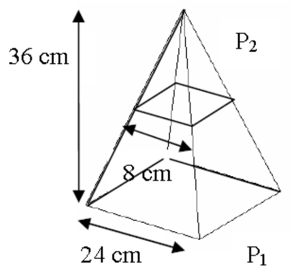
M 6 Effet d'un agrandissement ou d'une réduction

A RETENIR !
Pour un agrandissement ou une réduction de rapport k,
-les longueurs sont multipliées par k,
-les aires sont multipliées par k^2,
-les volumes sont multipliés par k^3.
Pour une réduction : $0<k<1$
Pour un agrandissement : $k>1$

<u>Exemples</u>

- P_1 est une pyramide à base carrée de 24cm de côté. On la coupe par un plan parallèle à la base. On obtient une nouvelle pyramide P_2. P_2 est une réduction de P_1

1) calculer le coefficient de réduction k
2) a) Calculer le volume de P_1
   b) Calculer le volume de P_2



1°) $k = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

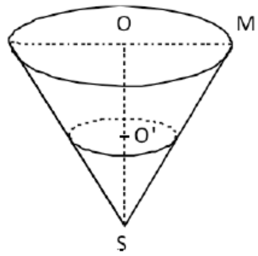
c'est une réduction de rapport $\frac{1}{3}$

2°)a) $V(P_1) = \frac{24\times24\times36}{3} = 6912cm^3$
b)$V(P_2) = k^3 \times V(P_1)$

$$V(P_2) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 6912 = 256cm^3$$

- Le récipient représenté ci-contre a une forme conique et a pour dimensions : OM = 6 cm et SO = 12cm.

1) Calculer, en cm^3, le volume de ce récipient.
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de cm^3.
2) On remplit d'eau le récipient jusqu'au point O' tel que SO' = 4,5 cm.
Le cône formé par l'eau est une réduction du cône initial.
Calculer le coefficient de réduction.
3) Déduire une valeur approchée du volume d'eau.



1) Il s'agit d'un cône de hauteur SO = 12 cm, donc : V = Aire base × H÷3

V= 36π ×12÷3
V= 144π cm3 V≈ 452,4 cm3

2) Le coefficient de réduction est le rapport de deux longueurs qui se correspondent sur les deux solides. On prend ici les hauteurs SO et SO' des deux solides.

$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{4{,}5}{12} = 0{,}375$$

3) Pour une réduction de rapport k = 0,375, les volumes sont multipliés par k^3 = 0,3753 .

Ainsi, le volume du petit cône correspondant à l'eau dans le récipient est égal à :
$V' \approx 452{,}4 \times 0{,}375^3 \approx 23{,}9\ cm^3$.

G ESPACE ET GEOMETRIE

Thème	Numéro	Titre
Démonstration	G1	Initiation à la démonstration
Droites et angles	G2	Les droites
	G3	Les droites remarquables dans un triangle
	G4	Les angles
Triangles	G5	Inégalité triangulaire
	G6	Construire un triangle
	G7	Angles dans un triangle
	G8	Triangles égaux et semblables
Transformations	G9	Symétrie axiale
	G10	Symétrie centrale
	G11	Centres de symétries et axes de symétrie
	G12	Translation
	G13	Rotation
	G14	Homothétie
Quadrilatère	G15	Parallélogrammes
	G16	Reconnaître un parallélogramme
Théorèmes fondamentaux	G17	Théorème de Pythagore et sa réciproque
	G18	Théorème de Thalès et sa réciproque
	G19	Trigonométrie
Espace	G20	Prismes droits et pavés droits
	G21	Cylindres de révolution
	G22	Pyramides
	G23	Cônes de révolution
	G24	Sphère et boule
	G25	Repérage dans l’espace
	G26	Sections

G1 Initiation à la démonstration

<u>Fonctionnement d'une propriété</u>

<u>Exemples :</u>
Propriété A :
Si **un homme s'appelle Norbert BALEZE**, alors **ses initiales sont N.B.**

Propriété B :
Si **nous sommes à Noël et que nous avons été sages**, alors **le père Noël vient**.

Propriété C :
Si **ABCD est un rectangle**, alors **ABCD a des diagonales de même longueur**

en vert : la condition ***en rouge : la conclusion***

<u>Peut-on échanger condition et conclusion</u> ?

Propriété A' :
Si **un homme a pour initiale N.B.,** alors il s'appelle … Nestor Boiteux par exemple !!!
On ne peut pas ! ! !

Propriété B' : Si **le père Noël vient** alors nous sommes à Noël et nous avons été sages.
On peut !

Propriété C' : Si **ABCD a des diagonales de même longueur** alors ABCD … n'est pas nécessairement un rectangle. *On ne peut pas !*

On dit que la propriété B admet **UNE RECIPROQUE**, c'est la propriété B'.

<u>Rédiger une démonstration</u>

On sait que

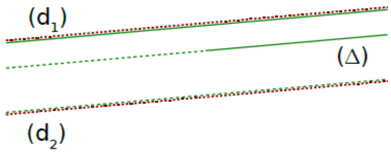
Si
Alors

donc

G 2 Les droites

Position relatve de deux droites

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors elles sont parallèles entre elles

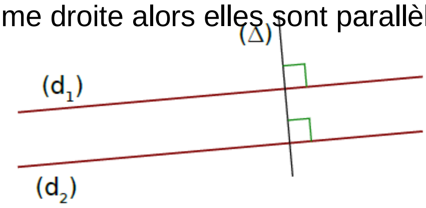


Je sais que : (d_1) // (Δ)

et que : (d_2) // (Δ)

Donc je peux conclure que : (d_1) // (d_2)

Si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième droite alors elles sont parallèles entre elles

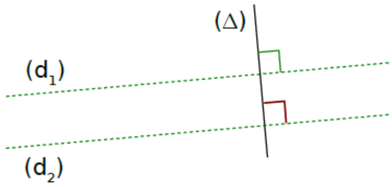


Je sais que : (d_1) $\perp$ (Δ)

et que : (d_2) $\perp$ (Δ)

Donc je peux conclure que : (d_1) // (d_2)

Si deux droites sont parallèles, alors toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre

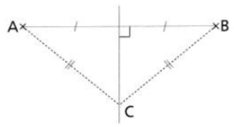


Je sais que : (d_1) // (d_2)

et que : (Δ) $\perp$ (d_1)

Donc je peux conclure que : (Δ) $\perp$ (d_2)

La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment en son milieu



Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est équidistant des extrémités de ce segment

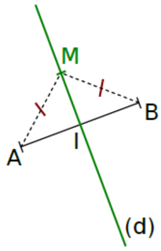
je sais que : * (d) est la **médiatrice** de [AB] ;

* M ∈ (d).

DONC je peux dire que : **MA = MB**.

C'est à dire : M est **équidistant** de **A** et de **B**.

Ou encore : M est à la **même distance** de **A** et de **B**.

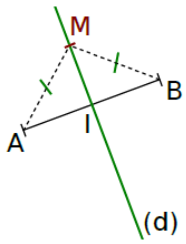


Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il est situé sur la médiatrice de ce segment

je sais que : * (d) est la **médiatrice** de [AB] ;

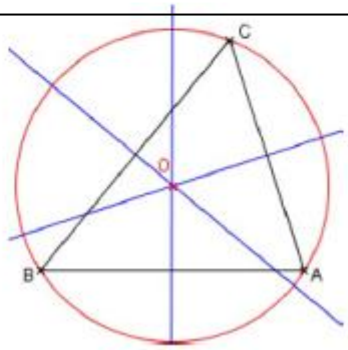
* MA = MB.

DONC je peux dire que : **M ∈ (d)**.

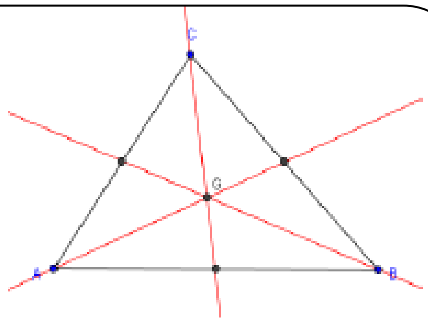


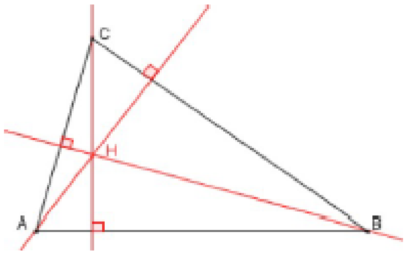
G 3 Les droites remarquables dans un triangle

Les trois **médiatrices** des côtés d'un triangle sont concourantes en un point qui est le **centre du cercle circonscrit** à ce triangle

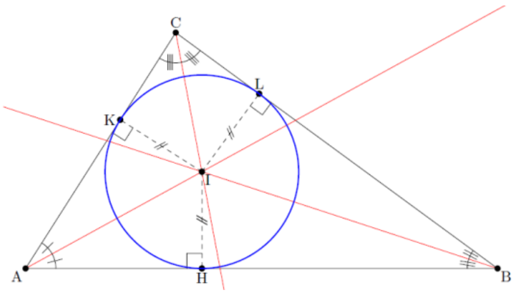


Une **médiane** est une droite passant par un sommet du triangle et par le milieu du côté opposé à ce sommet.
Les trois médianes d'un triangle sont concourantes en un point qui est le **centre de gravité** du triangle





Une hauteur est une droite passant par un sommet et perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé **orthocentre**



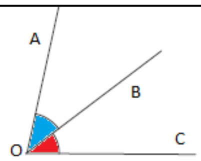
La **bissectrice d'un angle** est la droite qui partage l'angle en deux angles égaux et adjacents
Les trois bissectrices des angles d'un triangle sont concourantes en un point qui est **le centre du cercle inscrit** dans ce triangle

G 4 Les angles

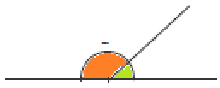
Vocabulaire :

Deux angles sont **adjacents** lorsque :

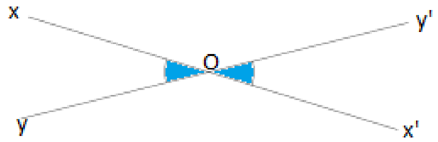
ils ont le même sommet
ils ont un côté commun
ils sont situés de part et d'autre du côté commun



Deux angles sont **complémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 90°
Deux angles sont **supplémentaires** si la somme de leurs mesures est égale à 180°

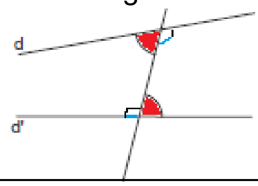
Complémentaires  supplémentaires : 

Deux angles sont **opposés par le sommet** lorsque :
- Ils ont le même sommet
- Leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre



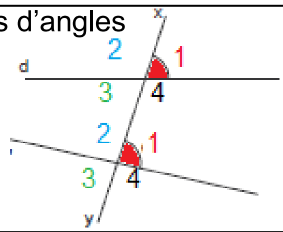
Deux droites (d) et (d') coupées par une sécante (Δ) définissent deux paires d'angles **alternes – internes**

Alternes : ils sont situés de part et d'autre de la sécante (Δ)
Internes : ils sont situés entre les deux droites (d) et (d')



Deux droites (d) et (d') coupées par une sécantes (Δ) définissent quatre paires d'angles **correspondants**

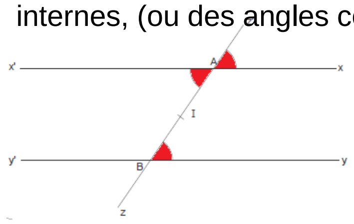
- Ils sont situés du même côté que la sécante (Δ)
- Ils occupent la même position par rapport aux droites (d) et (d')



Propriétés

- Deux angles opposés par le sommet ont la même mesure

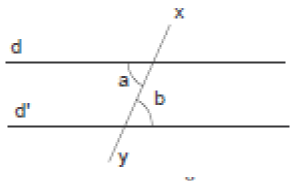
- Si deux droites sont parallèles et forment avec une même sécante des angles alternes-internes, (ou des angles correspondants) alors ces angles ont la même mesure



$\widehat{x'AI}$ *et* $\widehat{ABy}$ sont alternes-internes. Comme (x'x) et (y'y) sont parallèles, on a $\widehat{x'AI} = \widehat{ABy}$

$\widehat{zAx}$ *et* $\widehat{ABy}$ sont correspondants. Comme (x'x) et (y'y) sont parallèles, on a $\widehat{zAx} = \widehat{ABy}$

- Si deux droites forment avec une même sécante deux angles qui sont alternes-internes (ou correspondants) et de même mesure, alors ces droites sont parallèles



Comme a = b les droites (d) et (d') sont parallèles

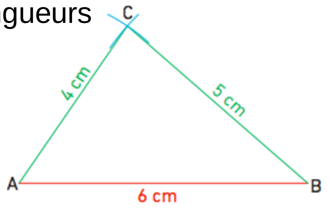
G 5 Inégalité triangulaire

Propriété
Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des deux autres.

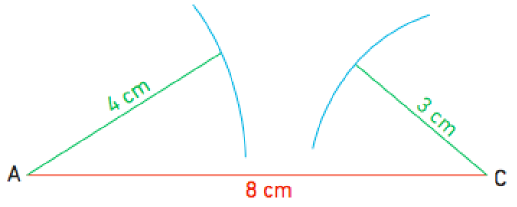
Conséquence :
Pour qu'un triangle soit constructible, il faut que la longueur du plus grand côté soit inférieure à la somme des deux autres.

Exemples : Dans chaque cas, dire si le triangle ABC est constructible.
a) AB = 6 cm, AC = 4 cm et BC = 5 cm.
b) AB = 4 cm, AC = 8 cm et BC = 3 cm.
c) AB = 2 cm, AC = 3 cm et BC = 5 cm.

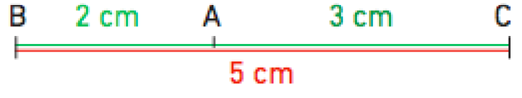
a) La plus grande longueur du triangle est AB = 6 cm.
La somme des deux autres longueurs est : AC + BC = 4 + 5 = 9 cm.
Donc AB < AC + BC.
Comme la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres, on peut construire le triangle ABC ayant pour côtés ces trois longueurs



b) La plus grande longueur est AC = 8 cm.
La somme des deux autres longueurs est : AB + BC = 4 + 3 = 7 cm.
Donc AC > AB + BC.
Comme la plus grande longueur est supérieure à la somme des deux autres, on ne peut pas construire le triangle ABC ayant pour côtés ces trois longueurs.



c) La plus grande longueur est BC = 5 cm.
La somme des deux autres est : AB + AC = 2 + 3 = 5 cm.
Donc BC = AB + AC.
Comme la plus grande longueur est égale à la somme des deux autres longueurs, il n'est pas possible de construire un triangle ABC avec ces mesures. Mais on peut placer les points A, B et C, ils sont alignés.

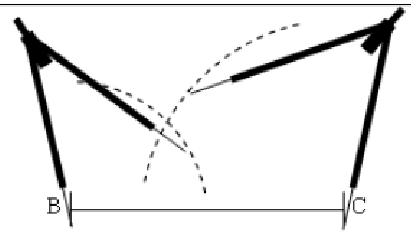


G 6 Construire un triangle

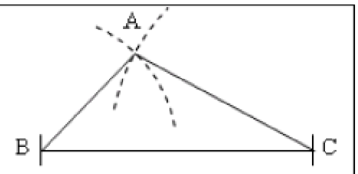
Connaissant trois longueurs :

Construire le triangle ABC avec AB=2cm, AC=3cm et BC=4cm

On trace un côté (le plus long en général)



On trace deux arcs de cercle : le premier de centre B et de rayon AB, le deuxième de centre C et de rayon AC

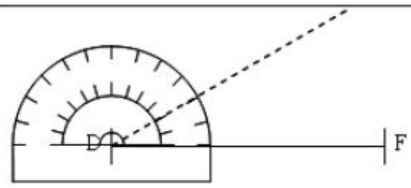


A est alors le point d'intersection des deux arcs de cercle. On peut alors tracer le triangle ABC.

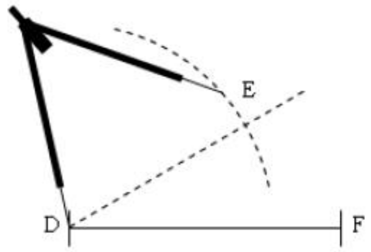
Connaissant un angle et les longueurs de ses deux côtés

Construire le triangle avec $\widehat{EDF}$=30°, DE =3cm et DF=4cm

On trace un côté (le plus long en général).



On construit l'angle que l'on connaît à partir du bon sommet.

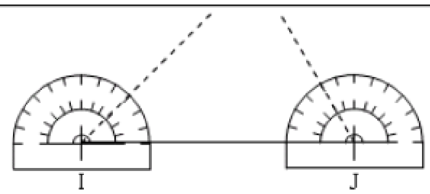


On reporte la longueur du second côté connu à partir de la bonne extrémité.
On peut alors tracer le triangle EDF.

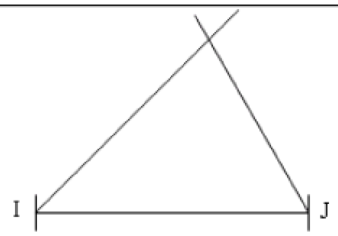
Connaissant deux angles et la longueur du côté commun

Construire IJK avec IJ=4cm et $\widehat{IJK}$=60° et $\widehat{JIK}$=45°

On trace un côté (le plus long en général).



On construit les deux angles que l'on connaît à partir du bon sommet.



On prolonge les côtés des deux angles pour obtenir le sommet K du triangle.

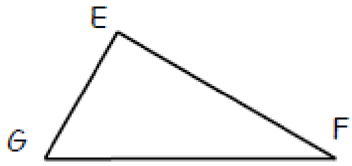
G 7 Angles dans un triangle

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°

<u>Conséquences :</u>

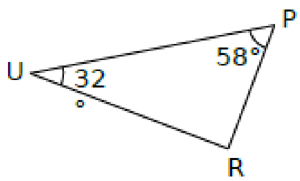
- Si un triangle est rectangle, alors la somme des mesures de ses angles aigus vaut 90°

<u>Exemple</u>
Je sais que EGF est rectangle en E et $\widehat{EGF}$=53°
D'après la propriété ci-dessus, je déduis que
$\widehat{EFG} + 53° = 90°$ donc $\widehat{EFG} = 90° - 53°$
$\widehat{EFG} = 37°$



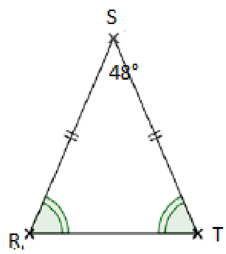
- Si la somme des mesures de deux angles d'un triangle est égale à 90°, alors ce triangle est rectangle

<u>Exemple :</u>
Je sais que $\widehat{PUR} = 32°$ et $\widehat{UPR} = 58°$
Comme 32°+58°=90°, PUR est rectangle en R



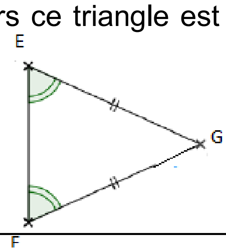
- Si un triangle est isocèle, alors ses deux angles à la base ont la même mesure

<u>Exemple :</u>
La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°
Donc : $\widehat{RST} + \widehat{STR} + \widehat{TRS} = 180°$
C'est-à-dire : $48° + \widehat{STR} + \widehat{TRS} = 180°$
Donc :$\widehat{STR} + \widehat{TRS} = 180° - 48° = 132°$
Comme RST est isocèle en S, on a $\widehat{STR} = \widehat{TRS}$
Par conséquent, $2 \times \widehat{STR} = 132°$ et $\widehat{STR} = \widehat{TRS} = 132° \div 2 = 66°$



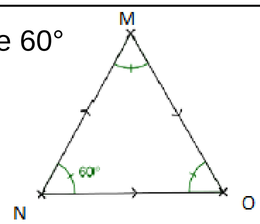
- Si deux angles d'un triangle ont la même mesure, alors ce triangle est isocèle et ces deux angles sont les angles à la base

<u>Exemple</u> : je sais que $\widehat{FEG} = \widehat{EFG}$
D'après la propriété donnée, EFG est isocèle en G
(On a donc GE=GF)



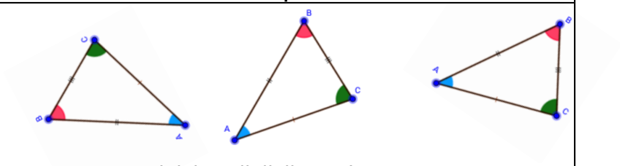
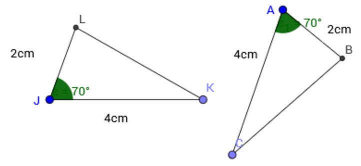
- Si un triangle est équilatéral, alors chacun de ses trois angles mesure 60°

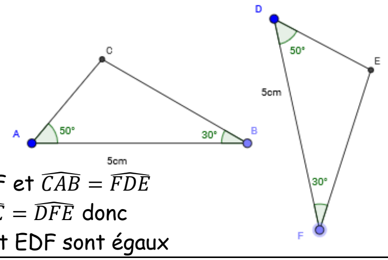
<u>Exemple :</u> Je sais que MNO est équilatéral
D'après la propriété donnée, on a $\widehat{MON} = \widehat{ONM} = \widehat{NMO} = 60°$



- Si chacun des trois angles d'un triangle mesure 60°, alors ce triangle est équilatéral

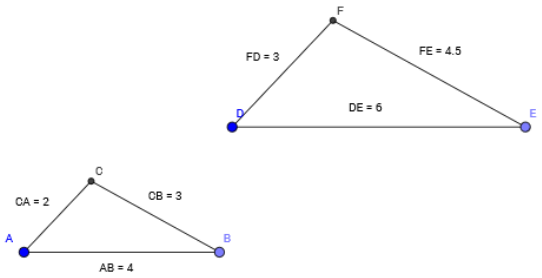
G 8 Triangles égaux et semblables

<table>
<tr><th>Triangles égaux</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>Deux triangles sont égaux si leurs côtés sont respectivement de la même longueur.
Des triangles égaux sont superposables et leurs angles ont même mesure
Deux triangles dont les angles ont même mesure ne sont pas forcément égaux</td><td>
Les triangles ABC, A'B'C' et A''B''C'' sont égaux</td></tr>
<tr><td>Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés de même longueur, alors ils sont égaux</td><td>

AC=JK et JL=AB et $\widehat{LJK} = \widehat{CAB}$</td></tr>
<tr><td>Si deux triangles ont un côté de même longueur compris entre deux angles de même mesure, alors ils sont égaux</td><td>

AB=DF et $\widehat{CAB} = \widehat{FDE}$
et $\widehat{ABC} = \widehat{DFE}$ donc
ABC et EDF sont égaux</td></tr>
</table>

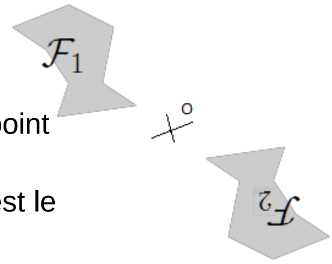
<table>
<tr><th>Triangles semblables</th><th>Exemples</th></tr>
<tr><td>On dit que deux triangles sont semblables lorsque leurs côtés ont des longueurs proportionnelles

Dans ce cas, on est dans une situation d'agrandissement (ou de réduction)</td><td>

ABC et DFE sont semblables<table><tr><td>Triangle ABC</td><td>2</td><td>4</td><td>3</td><td>× 1,5</td></tr><tr><td>Triangle DEF</td><td>3</td><td>6</td><td>4,5</td><td></td></tr></table>
DFE est un agrandissement de ABC de rapport 1,5</td></tr>
<tr><td>Si deux triangles sont semblables, alors les angles de l'un ont la même mesure que ceux de l'autre
Si les angles d'un triangle ont même mesure que les angles d'un autre triangle, alors ces deux triangles sont semblables</td><td>On a
$\widehat{FDE} = \widehat{CAB}$
$\widehat{DFE} = \widehat{ACB}$
$\widehat{DEF} = \widehat{ABC}$</td></tr>
</table>

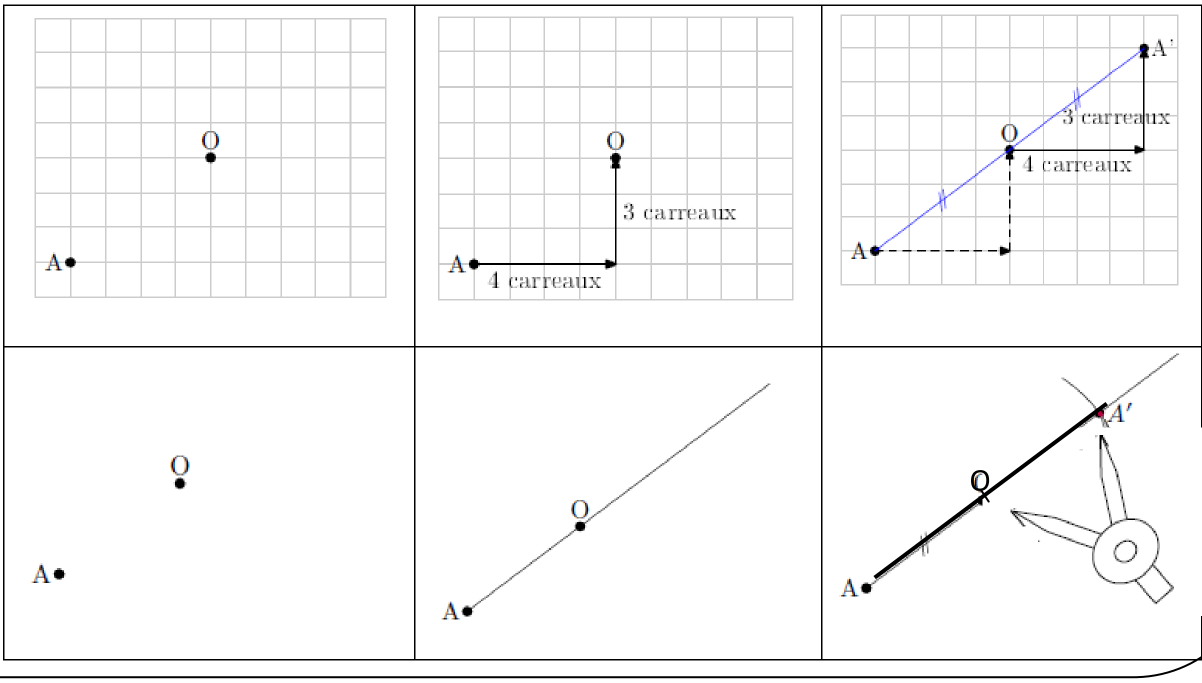
G10 Symétrie centrale

Deux figures sont **symétriques par rapport à un point** lorsque, en effectuant un demi-tour autour de ce point, les deux figures se superposent. Ce point est le **centre de la symétrie**



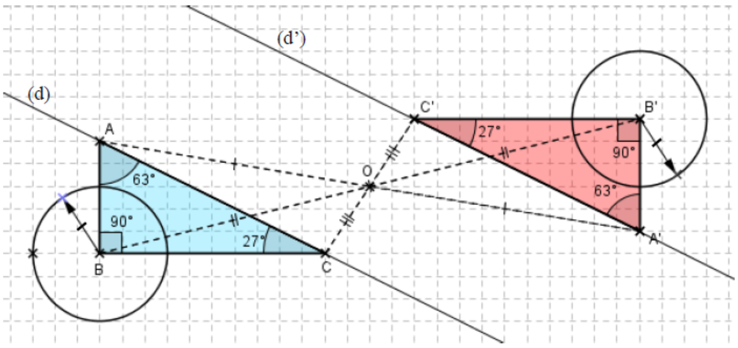
On considère un point A et un point O. Le **symétrique** du point A par rapport **au point O** est le point A' tel que le point O est le milieu du segment [AA']

<u>Image d'un point sur quadrillage et sur papier blanc</u>



Par une symétrie centrale:

- Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. Les centres de ces 2 cercles sont symétriques l'un de l'autre.
- Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.
- Le symétrique d'une droite est une droite parallèle.

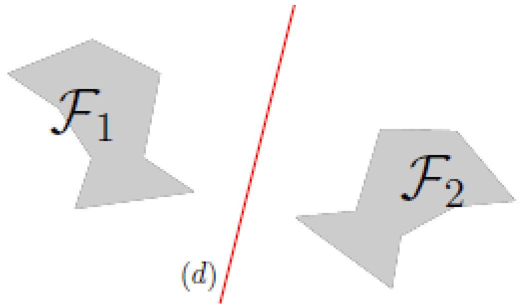


G 9 Symétrie axiale

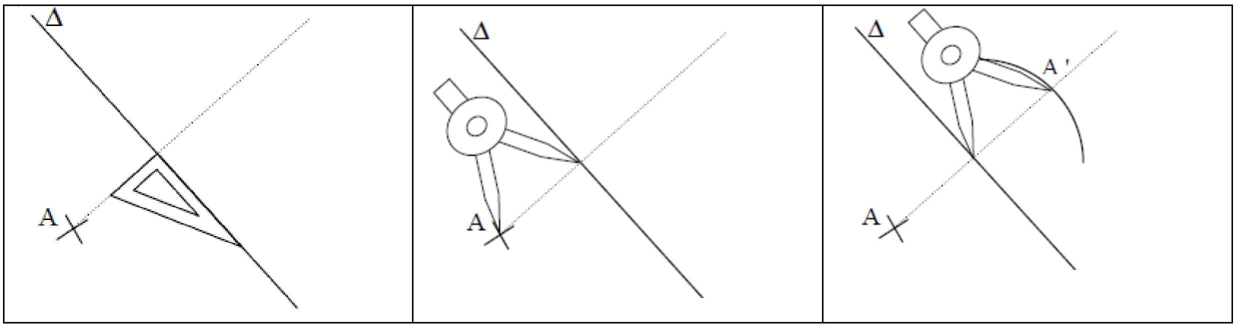
Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** lorsque, en pliant suivant cette droite, les deux figures se superposent. Cette droite est **l'axe de symétrie**

Exemples :

Les figures F1 et F2 sont symétriques par rapport à la droite(d)



Méthode : construction du point A', symétrique du point A par rapport à une droite Δ avec l'équerre et le compas



Remarque :

La droite Δ est la médiatrice du segment [AA']

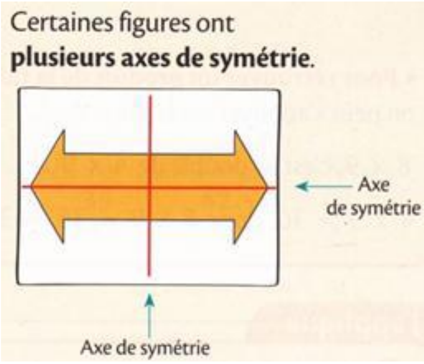
Si un point est sur Δ alors son symétrique par rapport à la droite Δ est lui-même

Par une symétrie axiale:

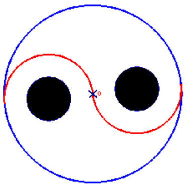
- Le symétrique d'un segment est un segment de même longueur.
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon. Les centres de ces 2 cercles sont symétriques l'un de l'autre.
- Le symétrique d'un angle est un angle de même mesure.
- Le symétrique d'une droite est une droite.

G11 Centre de symétrie et axes de symétrie

Dire qu'une droite est un **axe de symétrie** d'une figure signifie que la figure et sa symétrique par rapport à cette droite sont confondues.

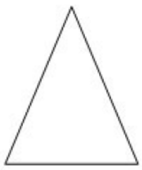
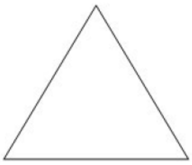
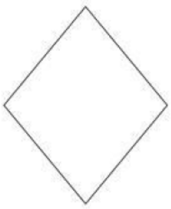
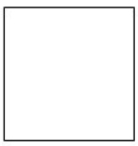
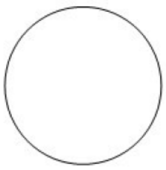


Dire qu'un point est un **centre de symétrie** d'une figure signifie que la figure et sa symétrique par rapport à ce point sont confondues.



Cette figure a un centre de symétrie qui est le centre du grand cercle

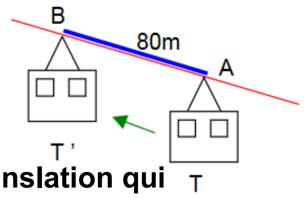
Figures usuelles

Triangle isocèle	Triangle équilatéral	Rectangle
		
Un triangle isocèle a un axe de symétrie qui est la médiatrice de sa base principale. Un triangle isocèle n'a pas de centre de symétrie.	Un triangle équilatéral a trois axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés. Un triangle équilatéral n'a pas de centre de symétrie.	Un rectangle a deux axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés. Un rectangle a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses axes de symétrie.
Losange	Carré	Cercle
		
Un losange a deux axes de symétrie qui sont ses diagonales. Un losange a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses axes de symétrie.	Un carré a quatre axes de symétrie qui sont les médiatrices de ses côtés et ses diagonales. Un carré a un centre de symétrie qui est le point d'intersection de ses axes de symétrie.	Un cercle a une infinité d'axes de symétrie : toute droite qui passe par le centre du cercle est un axe de symétrie de ce cercle. Un cercle a un centre de symétrie qui est son centre.

G12 Translation

<u>Une translation est un glissement</u> :

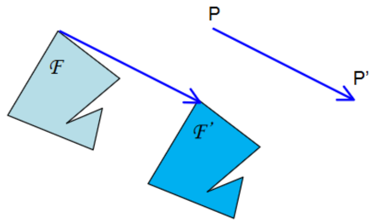
avec une direction donnée: Câble du téléphérique, la droite (AB),
avec un sens donné : Le téléphérique monte de A vers B,
avec une longueur donnée : 80m, longueur AB



On dit que : Le téléphérique T' est l'image du téléphérique T par la translation qui transforme A en B.

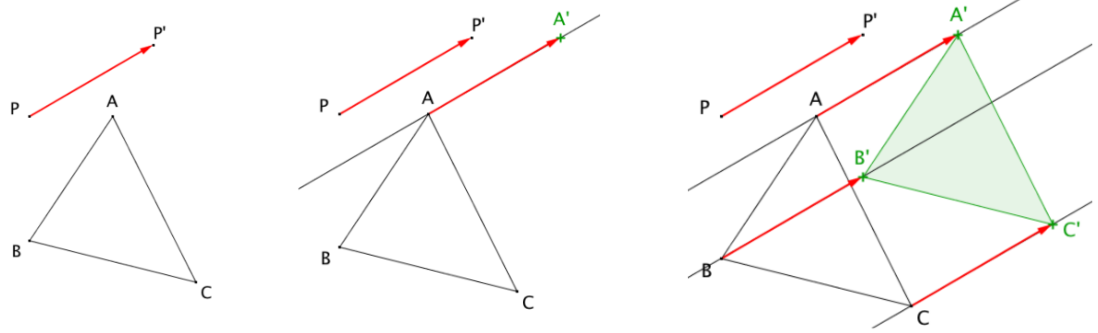
Soit deux points P et P'.
On appelle translation qui transforme P en P', le glissement:

selon la direction de la droite (PP'),
dans le sens de P vers P',
d'une longueur égale à PP'.



La figure F' est l'image de la figure F par cette translation
Remarque : Pour schématiser la translation, **on peut tracer une flèche** allant de P vers P'.

<u>Construction d'une image.</u>
Soit la translation qui transforme P en P' schématisée par la flèche rouge
Pour construire l'image du point A, on «reproduit » la flèche rouge en plaçant son origine en A.
Ce qui revient à construire le parallélogramme APP'A'
Puis on refait de même pour les autres points et on obtient A'B'C' l'image du triangle ABC



Etape 1 Etape 2

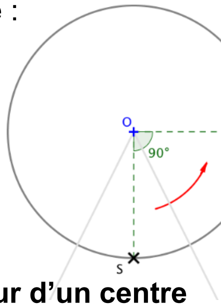
Par une translation:

- L'image d'un segment est un segment de même longueur.
- L'image d'un cercle est un cercle de même rayon. Les centres de ces 2 cercles sont translatés l'un de l'autre.
- L'image d'un angle est un angle de même mesure.
- L'image d'une droite est une droite parallèle.

G13 Rotation

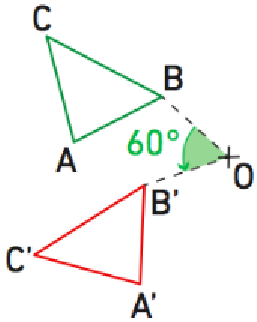
Sur une grande roue, un siège partant en S se trouve déplacer en S' tel que :
Le siège tourne de 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
Et bien sûr, le siège reste à la même distance du centre de la roue.

On dit que : le siège S' est l'image du siège S par la rotation de centre O et d'angle 90° dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.



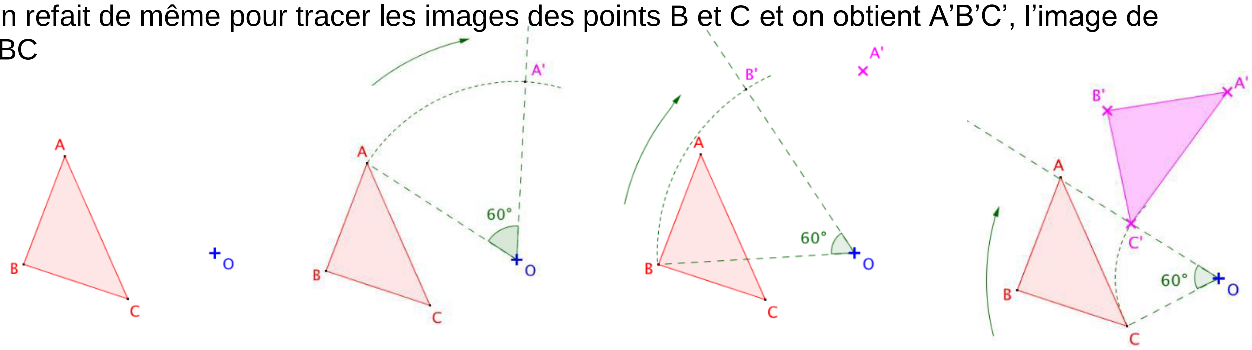
Appliquer une rotation sur une figure, c'est faire tourner la figure autour d'un centre selon un angle donné et dans un sens donné.

<u>Exemple</u> : A'B'C' est l'image
De ABC par la rotation de
Centre O, d'angle 60°, dans le
Sens direct



Remarques
1. Une rotation d'angle 180° est une symétrie centrale.
2. L'image du point O par une rotation de centre O est le point O lui-même. On dit que le point O est **invariant**

<u>Construction d'une image</u>
Soit la rotation de centre O et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre (sens indirect)
On commence par construire l'image du point A :
Pour cela, on trace un angle de sommet O et de mesure 60° en partant de [OA] et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre.
Le point A' est tel que OA = OA'.
On refait de même pour tracer les images des points B et C et on obtient A'B'C', l'image de ABC



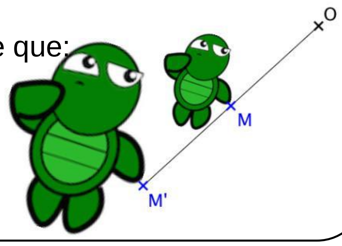
Etape 1 Etape 2 Etape 3

Par une rotation:

- L'image d'un segment est un segment de même longueur.
- L'image d'un cercle est un cercle de même rayon. Les centres de ces 2 cercles sont images l'un de l'autre.
- L'image d'un angle est un angle de même mesure.
- L'image d'une droite est une droite.

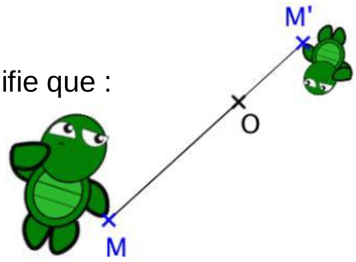
G14 Homothétie

Homothétie de rapport "positif"



M’ est l’image de M par l’homothétie de centre O et de rapport **"+2"** signifie que:
O, M et M’ sont alignés
M et M’ **sont** du **même côté** par rapport à O.
OM’ = **2** x OM

Homothétie de rapport « négatif »

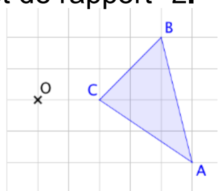


M’ est l’image de M par l’homothétie de centre O et de rapport **"-0,5"** signifie que :
O, M et M’ sont alignés
M et M’ **ne sont pas du même côté** par rapport à O.
OM’ **= 0,5** x OM

Deux figures homothétiques sont une réduction ou un agrandissement l’une de l’autre.

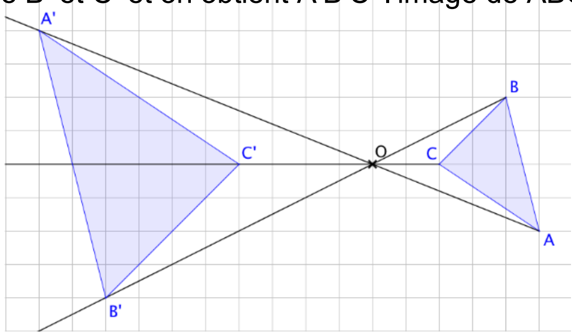
Construire l'image d'une figure

Construire l’image du triangle ABC par l’homothétie de centre O et de rapport -2**.**
On construit respectivement les symétriques A’, B’ et C’
de A, B et C par l’homothétie de centre O et de rapport -2.



Pour construire A’ par exemple:
- On trace la droite (OA).
- L’image A’ de A se trouve de l’autre côté de A
par rapport au point O.
- OA’= 2 x OA.

On fait de même pour construire B’ et C’ et on obtient A’B’C’ l’image de ABC

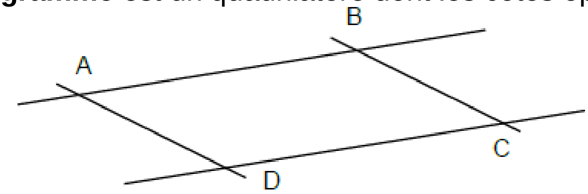


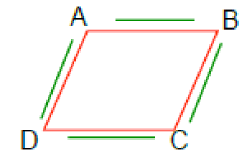
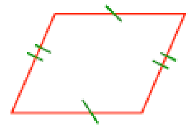
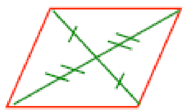
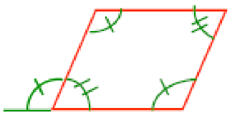
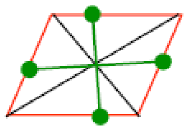
Par une homothétie de rapport k:

- L’image d’un segment est un segment dont la longueur a été multipliée par k .
- L’image d’un cercle est un cercle de rayon a été multiplié par k. Les centres de ces 2 cercles sont images l’un de l’autre.
- L’image d’un angle est un angle de même mesure.
- L’image d’une droite est une droite parallèle.

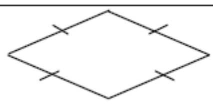
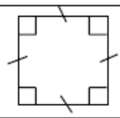
G15 Parallélogrammes

Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.



PROPRIETE P1:	SI ABCD est un parallélogramme, alors ses côtés opposés sont parallèles	
PROPRIETE P2:	SI ABCD est un parallélogramme, alors ses côtés opposés ont la même longueur	
PROPRIETE P3:	SI ABCD est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu	
PROPRIETE P4:	SI ABCD est un parallélogramme, alors ses angles opposés sont égaux et ses angles consécutifs sont supplémentaires	
PROPRIETE P5:	SI ABCD est un parallélogramme, alors le point d'intersection de ses diagonales est centre de symétrie	

Parallélogrammes particuliers

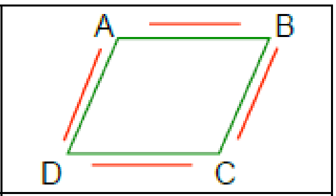
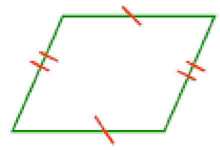
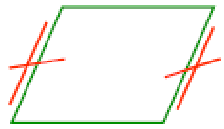
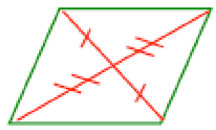
RECTANGLE	Un rectangle est un quadrilatère qui possède quatre angles droits.	
LOSANGE	Un losange est un quadrilatère qui a ses quatre côtés de même longueur.	
CARRE	Un carré est un quadrilatère qui possède quatre angles droits et qui a ses quatre côtés de même longueur.	

Rectangles, losanges et carrés sont des parallélogrammes particuliers, donc ils possèdent les propriétés du parallélogramme, à savoir :

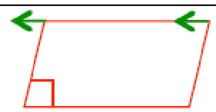
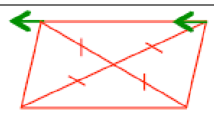
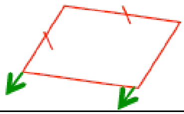
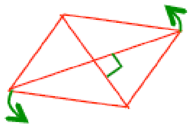
les côtés opposés sont parallèles et de même longueur,
les angles opposés sont de même mesure,
les diagonales se coupent en leur milieu.

G16 Reconnaître un parallélogramme

ABCD est un quadrilatère non croisé.

PROPRIETE P6: *(Récip. de P1)*	Si ABCD a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.	
PROPRIETE P7: *(Récip. de P2)*	Si ABCD a ses côtés opposés de même longueur alors c'est un parallélogramme.	
PROPRIETE P8:	Si ABCD a deux côtés opposés parallèles et de même longueur alors c'est un parallélogramme.	
PROPRIETE P9: *(Récip. de P3)*	Si ABCD a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.	

Pour démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle, un losange ou un carré, on pourra d'abord prouver que c'est un parallélogramme, puis on pourra utiliser les propriétés suivantes :

PROPRIETE R1:	Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs perpendiculaires alors c'est un rectangle.	
PROPRIETE R2:	Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur alors c'est un rectangle.	
PROPRIETE L1:	Si un parallélogramme possède deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange.	
PROPRIETE L2:	Si un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires alors c'est un losange.	

G17 Théorème de Pythagore et sa réciproque

Racine carrée

Pour déterminer un nombre quand on connaît son carré, on utilise la touche « racine carrée » de la calculatrice

Exemples : Déterminer AB tel que AB² = 32 : AB=$\sqrt{32} \approx 5{,}7$

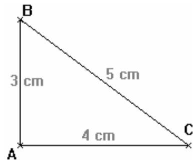
$\sqrt{16} = 4 \ car \ 4^2 = 16$ $\sqrt{25} = 5 \ car \ 5^2 = 25$

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 6$	$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$

Théorème de Pythagore :

SI un TRIANGLE EST RECTANGLE , ALORS le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Le triangle ABC est rectangle en C, son hypoténuse est le côté [AB], alors on a l'égalité : **AB² = AC² + BC²** *(c'est l'égalité de Pythagore)*



Exemples :

- **Calcul de l'hypoténuse** : dans un triangle REC rectangle en R, on a RE = 9cm, RC = 12cm. Calculer EC

Réponse : On utilise le **théorème de Pythagore dans le triangle REC rectangle en R**

EC²= RE²+RC²

EC²= 9²+12²=81+144=225

donc EC=$\sqrt{225} = 15 \ cm$

- **Calcul d'un côté de l'angle droit** : dans un triangle EFG rectangle en G, on a EF = 10 cm, EG= 9 cm. Calculer FG

Réponse : On utilise le **théorème de Pythagore dans le triangle EFG rectangle en G**

FG²= EF²-EG²

FG²=10²-9²=100-81=19

donc FG =$\sqrt{19} \approx 4{,}4cm$

Réciproque du théorème de Pythagore

SI dans un triangle, le carré du côté le plus long est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, ALORS le TRIANGLE EST RECTANGLE

Exemples

- Dans le triangle RST, on a RS=4cm, RT= 5cm et ST = 3cm. RST est il rectangle ?

Réponse : d'une part RT²= 5=25

D'autre part RS²+ST² = 4²+ 3²=16+9=25

Comme RT²= RS²+ST², d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, RST est rectangle en S

- Dans le triangle XYZ, on a XY = 5cm, XZ= 10cm et YZ = 11cm. XYZ est-il rectangle ?

Réponse : d'une part YZ²=11²=121

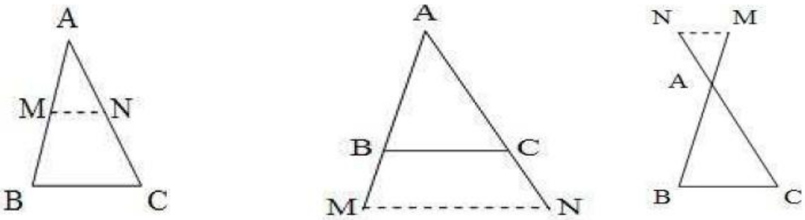
D'autre part XZ²+XY²= 5²+10²=25+100=125

Comme YZ²≠ XZ²+XY², l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée et le triangle XYZ n'est pas rectangle

G18 Théorème de Thalès et sa réciproque

Trois configurations dans lesquelles on applique le théorème de Thalès

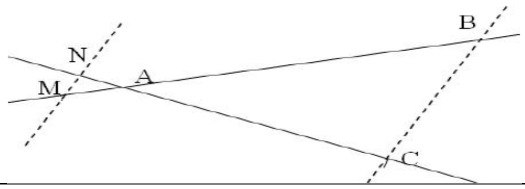
Dans chaque cas:
M$\in$ (AB)
N $\in$ (AC)
(MN)//(BC)



Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

Théorème de Thalès : Dans le triangle ABC, M∈(AB) et N∈(AC)

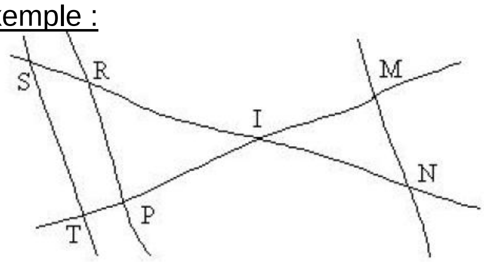
Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Exemple : ABC est un triangle. M∈(AB) et N∈(AC). La droite (MN) est parallèle à la droite (BC). On sait que AB= 8 cm ; AC= 6 cm ; AM= 2cm 	Calculer la longueur AN Dans le triangle ABC, on sait que M∈(AB) et N∈(AC), et que (MN)//(BC) D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ donc $\frac{2}{8} = \frac{AN}{6} = \frac{MN}{BC}$ On a 2×6= 8×AN AN = 2×6÷8 = 1,5cm

Montrer que deux droites sont parallèles avec la réciproque du Théorème de Thalès

Réciproque du théorème de Thalès :

Si les points A,B,M et A,C,N sont **alignés dans le même ordre** et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$,
alors les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

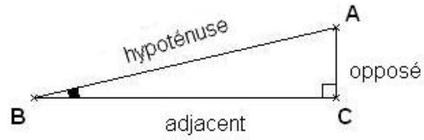
Exemple :  IR = 8cm RP = 10cm IP = 4cm IM = 4cm IS = 10cm IN = 6 cm et IT = 5cm Démontrer que les droites (ST) et (RP) sont parallèles (ST) et (MN) sont elles parallèles ?	Dans le triangle IST, les points I,R et S et les points I,P,T sont alignés dans le même ordre. D'une part $\frac{IR}{IS} = \frac{8}{10} = 0{,}8$ D'autre part $\frac{IP}{IT} = \frac{4}{5} = 0{,}8$ Donc $\frac{IR}{IS} = \frac{IP}{IT}$ et d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (RP) et (ST) sont parallèles D'une part $\frac{IM}{IT} = \frac{4}{5}$ D'autre part $\frac{IN}{IS} = \frac{6}{10}$ Or 4×10≠5×6 donc $\frac{IM}{IT} \neq \frac{IN}{IS}$, d'après le théorème de Thalès, les droites (MN) et(TS) ne sont pas parallèles

G19 Trigonométrie

Vocabulaire

Dans le triangle ABC rectangle en C

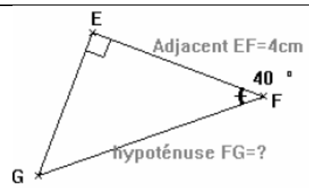
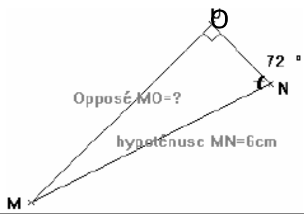
- Le côté [AB] s'appelle l'hypoténuse, c'est le côté le plus long, il ne touche pas l'angle droit
- Le côté [AC] est le côté opposé à l'angle $\widehat{ABC}$, c'est le seul côté qui ne touche pas l'angle $\widehat{ABC}$
- Le côté [BC] est le côté adjacent à l'angle $\widehat{ABC}$, c'est le côté qui touche l'angle $\widehat{ABC}$



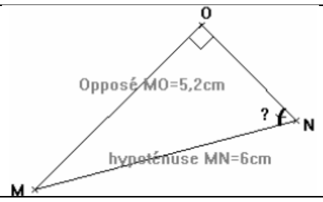
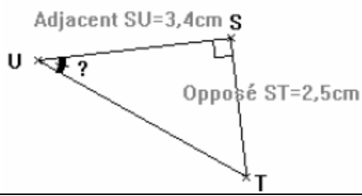
Dans le triangle ABC, rectangle en C, on retient les trois formules suivantes :

Cosinus	Sinus	Tangente	
$cos\widehat{ABC} = \frac{adjacent}{hypoténuse} = \frac{BC}{AB}$	$sin\widehat{ABC} = \frac{opposé}{hypoténuse} = \frac{AC}{AB}$	$tan\widehat{ABC} = \frac{opposé}{adjacent} = \frac{AC}{BC}$	
C A H Cosinus Adjacent Hypoténuse	S O H Sinus Opposé Hypoténuse	T O A Tangente Opposé Adjacent	*Aide* « Casse-toi »

Calculer une longueur : on utilise les touches sin, cos, tan de la calculatrice en mode degré

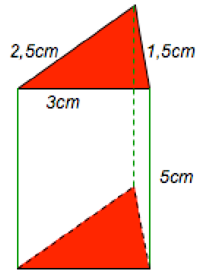
Dans le triangle EFG, rectangle en E on a $\widehat{EFG} = 40°$, EF=4cm. Calculer FG. $cos\widehat{EFG} = \frac{EF}{FG}$ donc $\cos 40° = \frac{4}{FG}$ Donc FG = 4 ÷ cos40° $\approx 5{,}2cm$	
Dans le triangle MNO, rectangle en O on a $\widehat{MNO} = 72°$, MN=6cm. Calculer MO. $sin\widehat{MNO} = \frac{MO}{MN}$ donc $\sin 72° = \frac{MO}{6}$ Donc MO= 6 × sin72°$\approx 5{,}7cm$	

Calculer un angle : on utilise $sin^{-1}, cos^{-1}, tan^{-1}$ou Asn, Acn, Atn ou arcsin, arccos, arctan

Dans le triangle MNO, rectangle en O on a MO=5,2cm et, MN=6 cm. Calculer $\widehat{MNO}$. $sin\widehat{MNO} = \frac{MO}{MN}$ donc $\sin\widehat{MNO} = \frac{5{,}2}{6}$ Donc $\widehat{MNO} \approx 60°$	
Dans le triangle STU, rectangle en S on a SU=3,4cm ,ST=2,5cm. Calculer $\widehat{TUS}$ $tan\widehat{TUS} = \frac{ST}{SU}$ donc $\tan\widehat{TUS} = \frac{2{,}5}{3{,}4}$ Donc $\widehat{TUS} \approx 36°$	

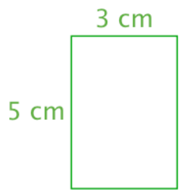
G20 Prismes et pavés droits

Définition
Un prisme est un solide droit dont les bases sont des polygones superposables. Les arêtes latérales ont toutes la même longueur et sont parallèles. Elles mesurent la hauteur du prisme.
Les faces latérales sont des rectangles.
Les bases du prisme ci-contre sont des triangles.

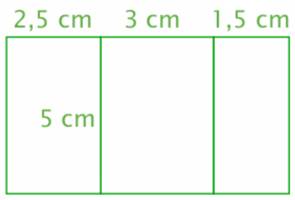


<u>Fabriquer le patron du prisme ci-contre :</u>
On commence par dessiner une face latérale du prisme, par exemple, le rectangle de dimensions 5 cm et 3 cm.
On dessine ensuite les deux autres faces latérales :
- un rectangle de dimensions 5 cm et 1,5 cm.
- un rectangle de dimensions 5 cm et 2,5 cm.

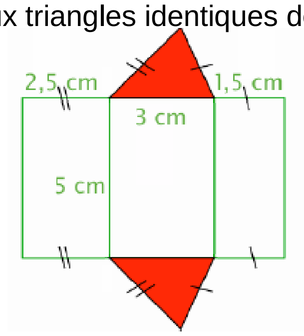
On termine en représentant les bases qui sont deux triangles identiques de dimensions 3 cm, 2,5 cm et 1,5 cm.



Etape 1

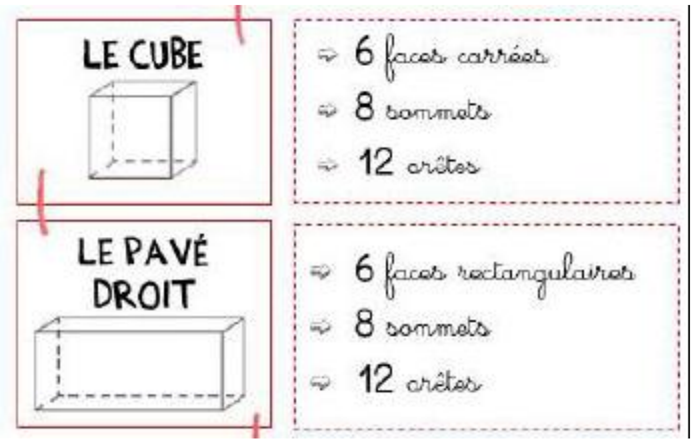


Etape 2



Etape 3

Le pavé droit et le cube sont des prismes droits particuliers

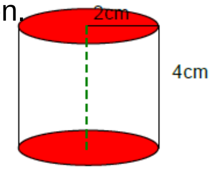


Les bases sont carrées

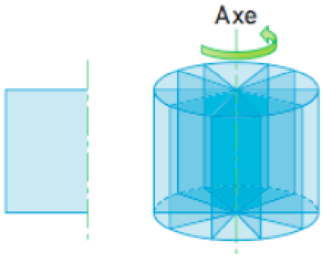
Les bases sont rectangulaires

G21 Cylindres de révolution

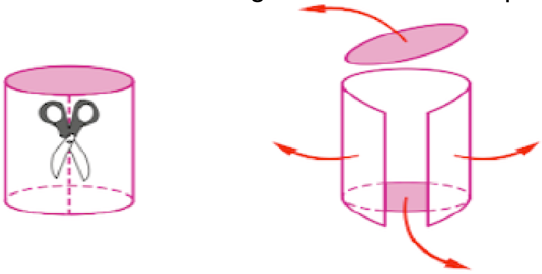
Un cylindre est solide droit dont les bases sont des disques de même rayon.
La hauteur d'un cylindre est la longueur joignant les centres des bases.



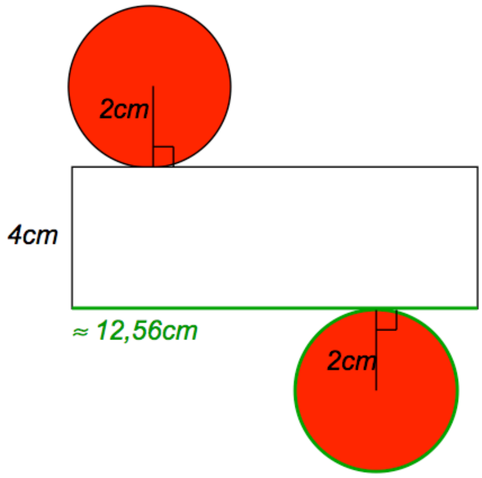
Remarque :
On obtient un cylindre de révolution en faisant tourner un rectangle autour d'un de ses côtés.



<u>Fabriquer le patron du cylindre ci-dessus :</u>
La face latérale du cylindre est un rectangle. On commence par représenter cette face.

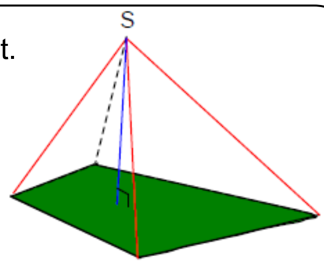


Une des dimensions de ce rectangle correspond à la hauteur du cylindre soit 4 cm.
L'autre dimension est égale au périmètre de la base (le disque), soit :
$2 \times \pi \times r = 2 \text{ x } 3{,}14 \text{ x } 2 = 12{,}56$ cm.
On trace donc un rectangle de dimension 12,56 cm et 4 cm.
Pour terminer le patron, il suffit de représenter les bases du cylindre soit deux disques de rayon 2 cm.

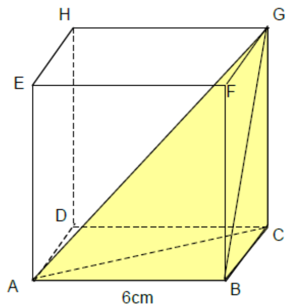


G22 Pyramides

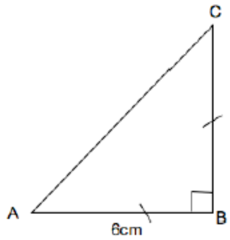
Une pyramide est un solide formé d'un polygone « surmonté » d'un sommet.
S : le sommet
en vert : la base, un polygone
en rouge : les arêtes latérales
en bleu : la hauteur



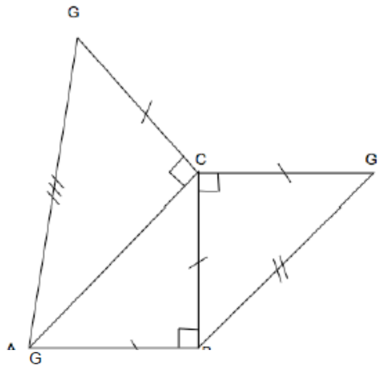
Construire le patron de la pyramide GABC inscrite dans le cube ABCDEFGH.



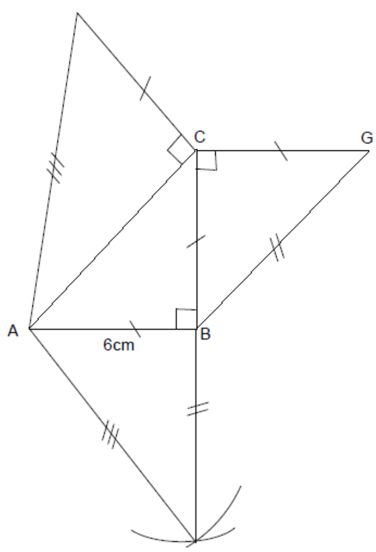
On commence par tracer par exemple la base de la pyramide :
le triangle ABC rectangle et isocèle en B tel que AB = BC = 6 cm.



On trace ensuite la face de droite :
le triangle BCG rectangle et isocèle en C tel que
CG = 6 cm.
On trace ensuite la face arrière :
le triangle ACG rectangle en C tel que CG = 6 cm.

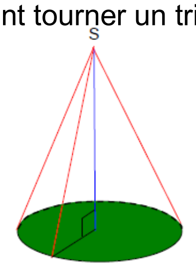


On finit en traçant la face de devant : le triangle ABG.
Pour cela, on reporte au compas les longueurs AG et BG
déjà construites sur les autres triangles.

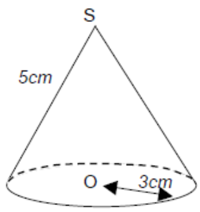


G23 Cônes de révolution

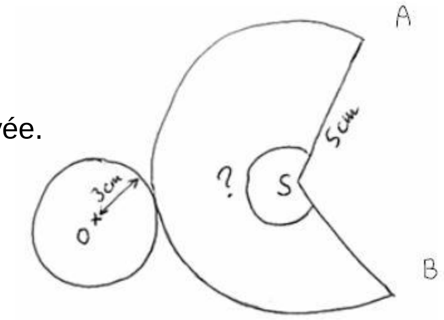
Un cône est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit.
S : le sommet
en vert : la base, un disque
en rouge : les génératrices
en bleu : la hauteur



Construire le patron du cône ci-contre.



On commence par faire un patron à main levée.

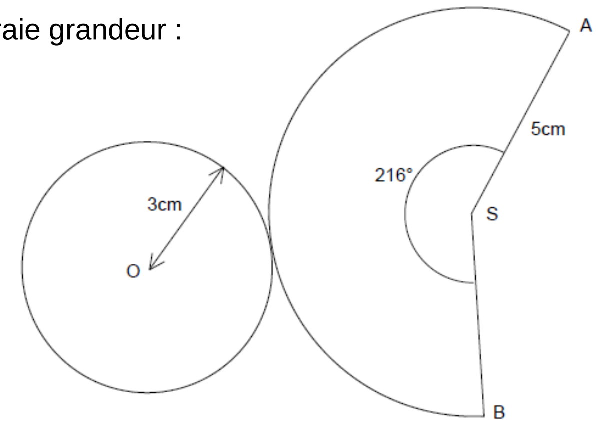


Périmètre de la base = 2 x π x r = 2 x π x 3 = 6π = Périmètre de l'arc
Périmètre du disque de centre S et de rayon 5cm = 2 x π x 5 = 10 π .
Dans un cercle, la longueur de l'arc est proportionnelle à la mesure de l'angle au centre qui le définit.

Angle au centre	360	$\widehat{ASB}$
Longueur de l'arc	10π	6π

$\hat{ASB} = 6\pi \times 360 : 10\pi = 216°$.

On construit enfin le patron en vraie grandeur :



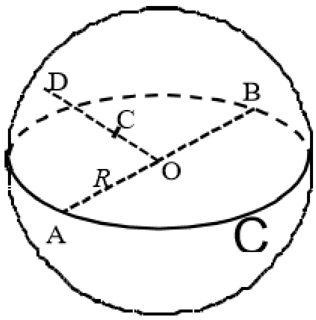
G24 Sphère et boule

La **sphère de centre O et de rayon r** est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM = r

La **boule de centre O et de rayon r** est l'ensemble des points M de l'espace tels que OM ≤ r

Deux points distincts A et B d'une sphère, symétriques par rapport au centre de la sphère sont dits **diamétralement opposés**. Les cercles de centre O et de rayon r sont appelés **grands cercles**.

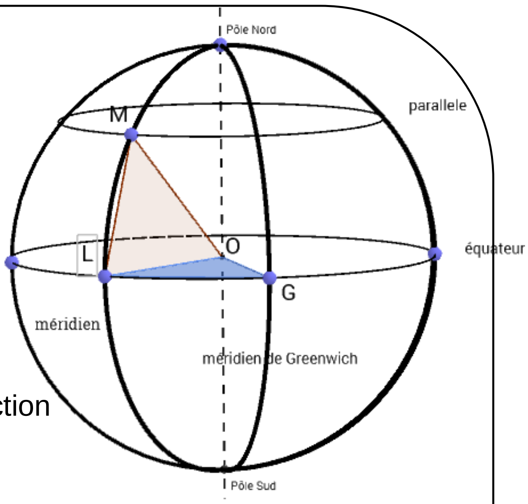
<u>Exemples :</u>



Les points A, B et D appartiennent à la sphère de centre O et de rayon R car : OD=OB=OA=R .
Le point C appartient à la boule de centre O et de rayon R car : OC < R .
Les points A et B sont diamétralement opposés. Le cercle C contenant A et B est un grand cercle.

<u>Repérage sur une sphère</u>

La Terre est une sphère (légèrement aplatie aux pôles) dont le rayon est arrondi à 6 400 km.
Le segment formé par les deux pôles est un diamètre de la Terre.
L'**équateur** est un grand cercle de la Terre de longueur environ 40000km
Tous les **méridiens** sont des demi-cercles, passant eux par les deux pôles.
Un **parallèle** est un petit disque de la Terre, déterminé par la section de la Terre par un plan parallèle au plan de l'équateur.



$$\widehat{\mathrm{LOG}} = 80° \text{ et } \widehat{\mathrm{LOM}} = 60°$$

Coordonnées géographiques :

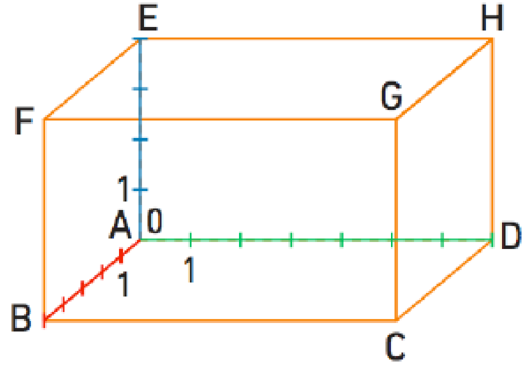
Pour repérer un point sur la Terre, on le situe à la fois sur un méridien et sur un parallèle.
Chaque méridien est repéré par rapport à un méridien de référence: le méridien de Greenwich
Chaque parallèle est repéré par rapport au parallèle de référence: l'équateur

La longitude d'un point est l'angle en degrés entre le méridien du point et le méridien de Greenwich suivi de W(ouest) ou E (est). M a pour longitude : 80° W
La latitude d'un point est l'angle en degrés entre le parallèle du point et l'équateur, suivi de la lettre N ou S selon l'hémisphère. M a pour latitude : 60° N

Les coordonnées de M sont (80°W ; 60°N)

G25 Repérage dans l'espace

Un parallélépipède peut définir un repère de l'espace.
Il faut choisir une origine (ici le point A) et trois axes gradués définis à partir des dimensions du parallélépipède : **abscisse – ordonnée – altitude**



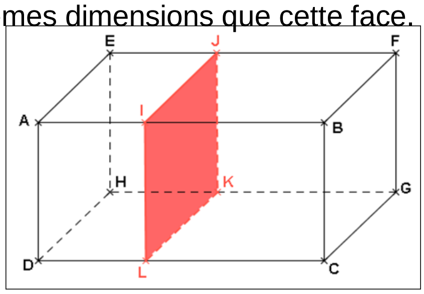
(AB) est l'axe des abscisses
(AD) est l'axe des ordonnées
(AE) est l'axe des altitudes

<u>Exemple :</u>
On donne le repère de l'espace représenté ci-dessus défini à partir du parallélépipède ABCDEFGH.
Donner l'abscisse, l'ordonnée et l'altitude des sommets du parallélépipède et du milieu K du segment [FG].

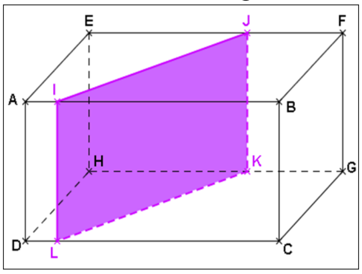
A(0 ; 0 ; 0)	E(0 ; 0 ; 4)	K(3,5 ; 5 ; 4)
B(0 ; 5 ; 0)	F(0 ; 5 ; 4)	
C(7 ; 5 ; 0)	G(7 ; 5 ; 4)	
D(7 ; 0 ; 0)	H(7 ; 0 ; 4)	

G26 Sections

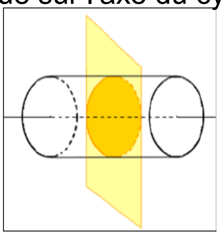
La section d’un pavé droit par un plan parallèle à une face est un rectangle de mêmes dimensions que cette face.



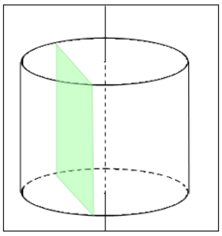
La section d’un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle dont une dimension est la longueur de cette arête.



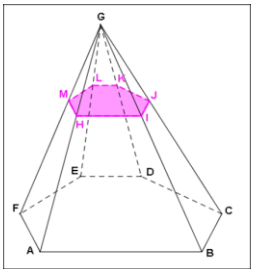
La section d’un cylindre de rayon R par un plan parallèle aux bases est un cercle de rayon R.
Son centre est situé sur l’axe du cylindre.

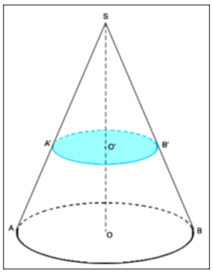


La section d’un cylindre par un plan parallèle à l’axe du cylindre est un rectangle

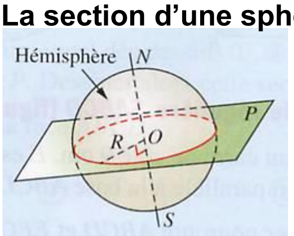


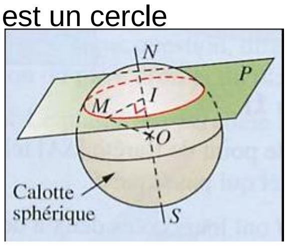
La section d’une pyramide ou d’un cône par un plan parallèle à la base est une réduction de la base. Cela signifie que c’est une figure de même nature (rectangle, carré, cercle…) mais dont les longueurs sont proportionnelles à la base.

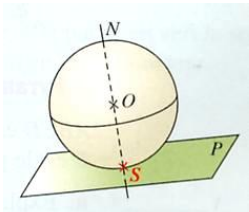




La section d’une sphère par un plan est un cercle







Lorsque ce plan passe par le centre de la sphère, on dit que la section est un grand cercle

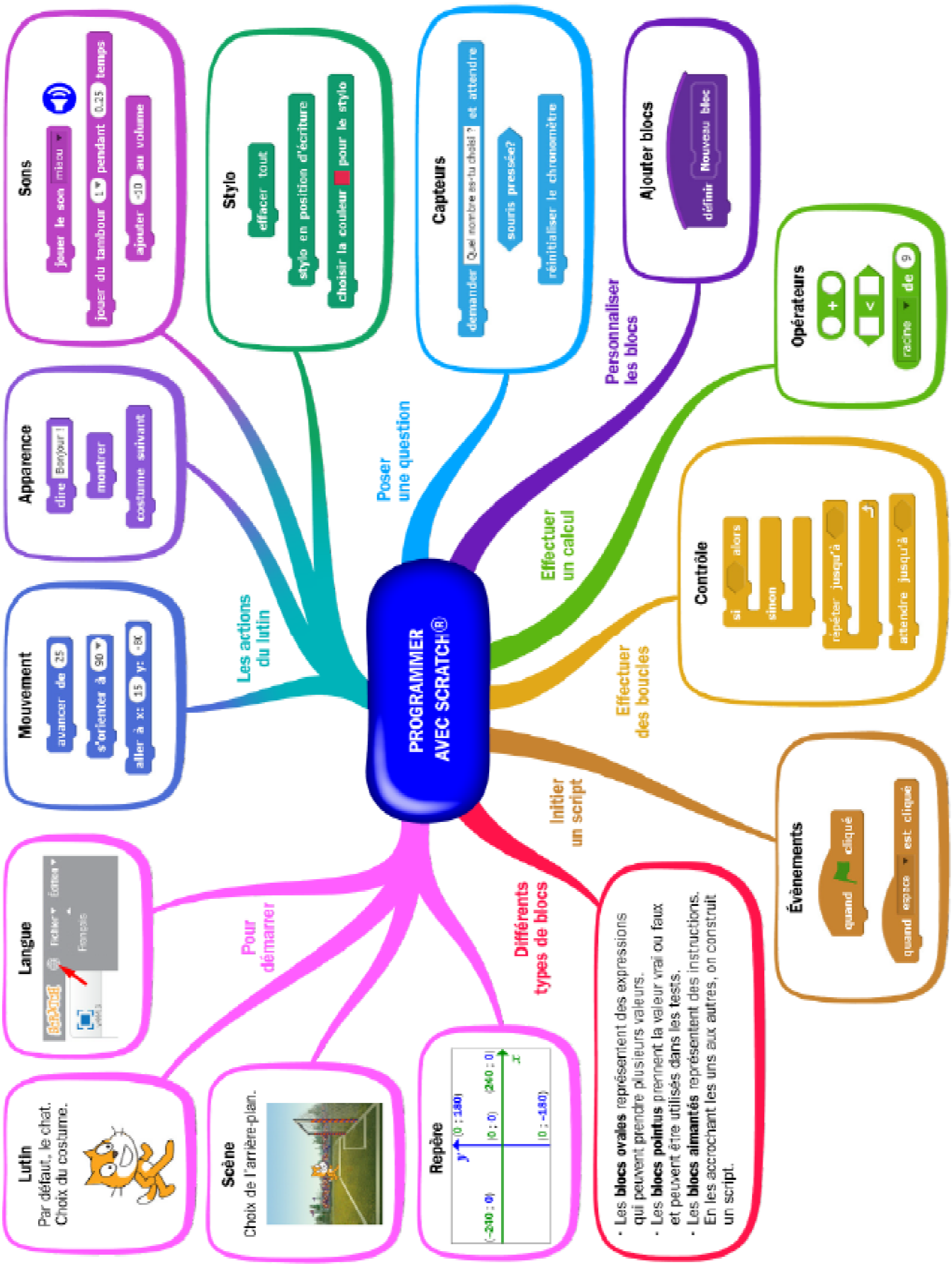
Lorsque ce plan ne passe pas par le centre de la sphère, la section est un cercle de centre I

Lorsque le plan et la sphère ont un point commun, on dit que le plan est tangent à la sphère

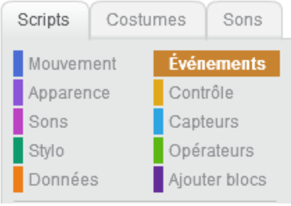
A *PROGRAMMATION*

Numéro	Titre
A1	Interface de scratch
A2	Déclencher une action par un évènement
A3	Les boucles
A4	Les instructions conditionnelles
A5	Les variables
A6	Tableur et formules

A1 Interface de Scratch



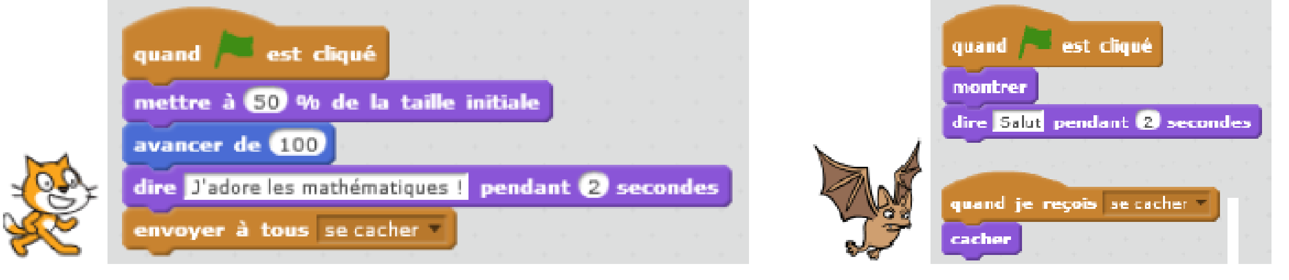
A2 Déclencher une action par un évènement



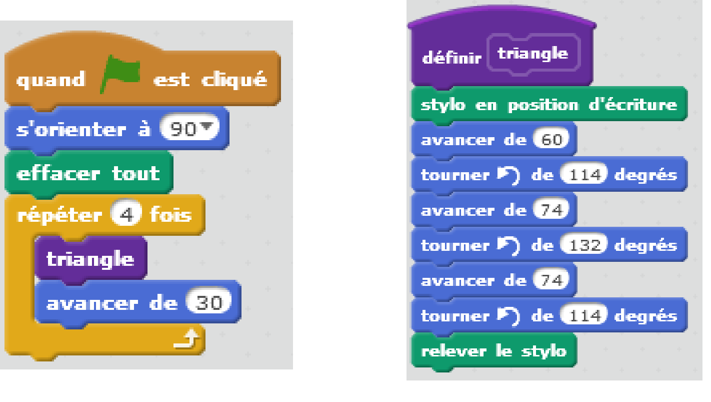
En **programmation événementielle**, le programme attend et réagit à des événements comme par exemple, un clic de souris, l'appui sur une touche du clavier, l'envoi d'un message, …

Exemple N°1: les actions d'un lutin sont déclenchées **quand** on appuie sur une touche du clavier.

Exemple N°2: les actions d'un lutin sont déclenchées **quand** le lutin reçoit un message envoyé par un autre lutin.



Exemple N°3 **:** les actions d’un lutin sont déclenchées quand on appelle un bloc



Entraînement :

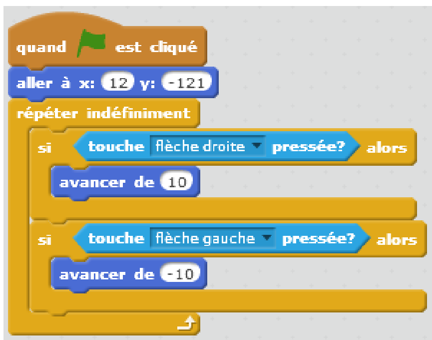
1. Écrire un script afin que le chat dise "Salut la foule" quand on presse sur la touche "ESPACE".
2. Ajouter un second lutin de votre choix.
3. Ajouter un script afin que le chat dise « Bonjour » quand il touche le second lutin.
4. Reprendre le script précédent avec un bloc « carré »

A3 Les boucles

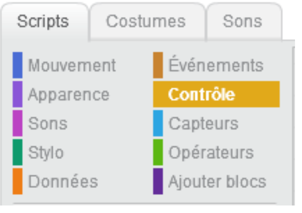
Une **boucle** permet de répéter plusieurs fois une même séquence d'instructions.

Exemple N°1: Utilisation d'une boucle pour limiter le nombre de blocs à utiliser
Ces deux programmes permettent de tracer un carré de côté 100.

Exemple N°2: Utilisation de la boucle indéfinie pour le déplacement d'une raquette dans un jeu de Pong

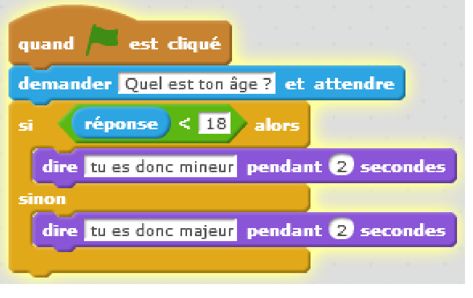


Les instructions conditionnelles

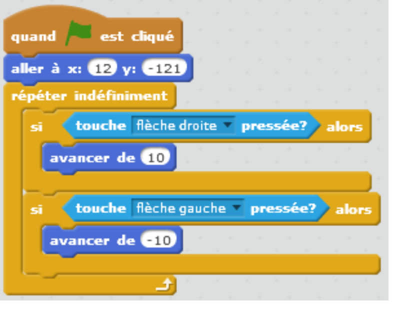


En programmation, on utilise **l'instruction conditionnelle "si… alors …"** lorsqu'une action doit être effectuée **seulement si une condition est vérifiée.**

Exemple 1 :



Exemple 2 :



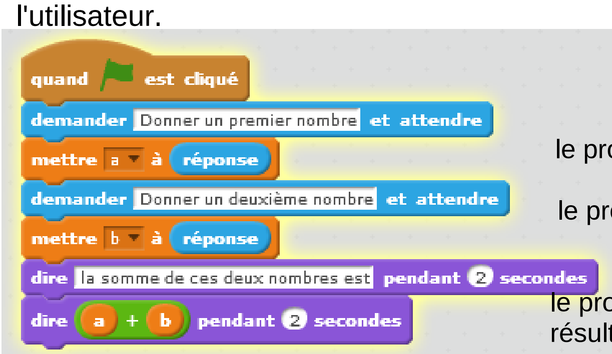
Entraînement :
Ecrire un programme en respectant les contraintes suivantes :
Quand on presse sur le drapeau vert, le chat demande "Quel est le mot de passe ?".
Si l'utilisateur répond 1234 alors le chat affiche "BRAVO, tu as trouvé le bon code" et le lutin change de costume.
Sinon le chat affiche "DESOLE, ce n'est pas le bon code" et le lutin garde son costume.

Ecrire un programme qui permet de simule le lancer d'une pièce de monnaie équilibrée.
Aide : Utiliser les blocs suivants :

A5 Les variables

En algorithmique, une **variable** est une étiquette collée sur une boîte qui peut contenir plusieurs valeurs.

Exemple : Utilisation de variables pour calculer la somme de deux nombres choisis par l'utilisateur.



le programme range la réponse dans la variable a

le programme range la réponse dans la variable b

le programme utilise les deux variables pour donner un résultat

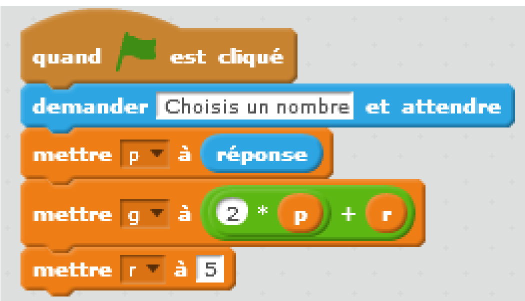
Entraînement :

Voici un programme :

a) combien le programme contient-il de variables ? les nommer.

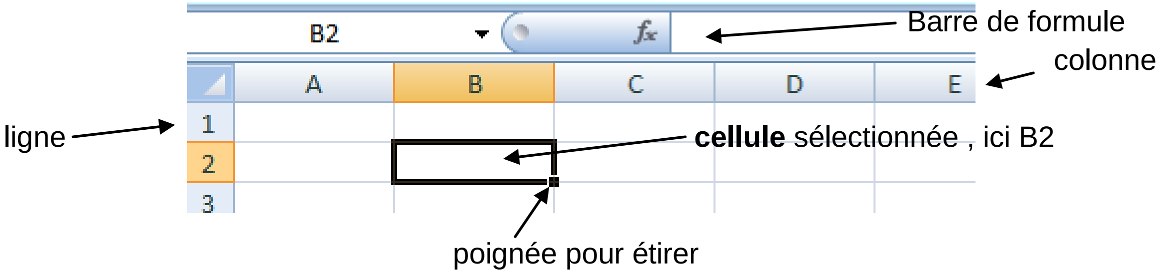
b) quelle variable ne changera pas suivant la réponse de l'utilisateur ?

c) l'utilisateur a choisi le nombre 4. Donner les valeurs des trois variables.



A6 Tableur et formules

Vocabulaire du tableur

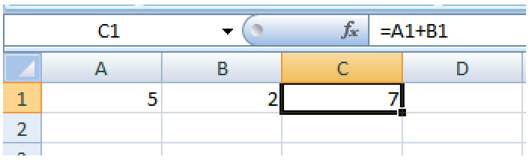


Une **plage de cellules** se note avec **:** ainsi, **A1 : A9** concerne toutes les cellules de A1 à A9

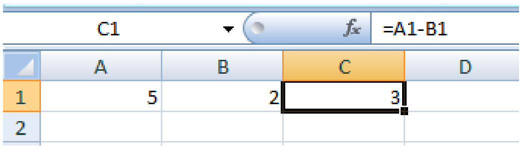
Ecrire une formule

Dans une cellule, on débute toujours un calcul par le **signe « = ».**
Lorsqu'on appuie sur la touche entrée, le tableur fait automatiquement le calcul que l'on a écrit.

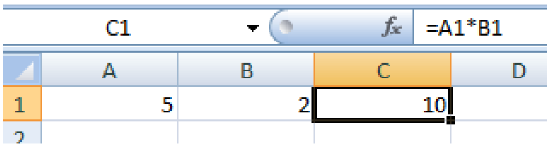
- pour une addition, on tape



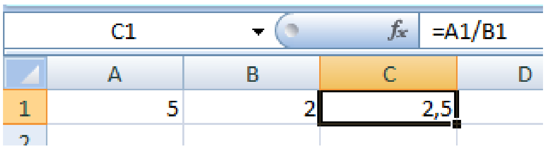
- pour une soustraction,



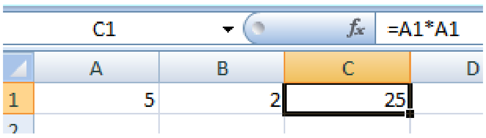
- pour une multiplication : *

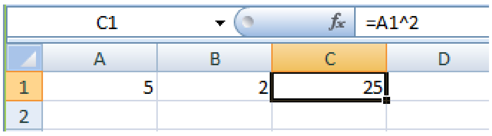


- pour une division décimale : /



- pour un carré : on multiplie le nombre par lui-même ou on utilise la notation puissance ^





Les tableurs ont plusieurs outils permettant de faire des calculs compliqués très rapidement : on appelle cela des **fonctions**

Fonctions	Utilité
=**SOMME**(A1:A9) =**SOMME** (A1;A9)	Calcule la somme des valeurs des cellules A1 **à** A9 Calcule la somme des valeurs des cellules A1 **et** A9
=**QUOTIENT**(A1;A2) = **MOD**(A1;A2) pour le reste	Donne le quotient et le reste de la division euclidienne de A1 par A2
= **MOYENNE**(A1:A9)	Calcule la moyenne des valeurs des cellules A1 à A9
= **MEDIANE**(A1:A9)	Calcule la médiane des valeurs des cellules A1 à A9
=**MAX**(A1:A9 **;** B2:E2) =**MIN**(A1:A9)	Donne la valeur maximale parmi les cellules A1 à A9 et B2 à E2 Donne la valeur minimale parmi les cellules A1 à A9
=**ALEA.ENTRE. BORNES**(1;6)	Génère un nombre entier aléatoire entre 1 et 6
=**NB.SI**(A1:A9 ;1) (plage ; nombre)	Compte le nombre de 1 parmi les valeurs des cellules A1 à A9